

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

---

**ФИЗИКА И ХИМИЯ  
ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ**

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

6

---

МОСКВА • 1979

УДК 535.214

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛАЗЕРНОЙ ИСКРЫ В ПЛОТНОМ ГАЗЕ ВБЛИЗИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ МИШЕНИ

В. И. МАЖУКИН, А. А. УГЛОВ, Б. П. ЧЕТВЕРУШКИН

(Москва)

Построена математическая модель оптического пробоя молекулярного азота высокой плотности в условиях, где существенную роль играет термоэмиссия электронов с металлической поверхности. По составленной модели выполнены расчеты на ЭВМ. Результаты расчетов анализируются и сопоставляются с экспериментальными данными.

Исследование взаимодействия лазерного излучения с металлами при малых плотностях излучения и высоких давлениях (50÷150 атм) окружающей среды [<sup>1-3</sup>] обнаружили ряд явлений, представляющих интерес для процессов обработки материалов. При облучении металлических мишеней излучением неодимового лазера с плотностью потока  $10^6 \div 10^8$  Вт/см<sup>2</sup> при давлениях окружающей среды  $P > 50 \div 70$  атм над металлической поверхностью образуются плазменные образования, полностью экранирующие мишень от излучения лазера. Процессы образования плазмы могут происходить без заметных механических повреждений поверхности, т. е. без процессов развитого испарения вещества мишени. Это наблюдалось, например, для молибдена. Пороговое значение плотности потока излучения неодимового лазера, работающего в режиме свободной генерации, снижалось при этом на 2—3 порядка по сравнению с пороговыми значениями пробоя газов вдали от мишени. Под взаимодействием плазмы облучаемые поверхности изменяли свои физические свойства. Так, микротвердость стали в азотной плазме увеличивалась в 2—3 раза [<sup>2</sup>]. Существенным является тот факт, что воздействие лазерного излучения на стальную мишень в азотной среде без плазмы к упрочнению стали не приводит и сводится к обыкновенному термическому воздействию. Чтобы облучаемая поверхность изменяла свои свойства, требуется химически активная среда (атомарные и молекулярные ионы, возбужденные атомы и молекулы), т. е. плазма.

Использование лазерной плазмы в технологических целях требует детального изучения ее основных свойств и параметров, закономерностей образования и дальнейшего развития в специфических условиях высокого давления и вблизи металлической поверхности. Получение исчерпывающей информации экспериментальным путем затруднено высокими скоростями протекающих процессов, жесткой конструкцией камеры, которая должна выдерживать давления в сотни атмосфер, и малой прозрачностью плазмы. Наиболее трудно экспериментально получить данные по начальной стадии развития плазмы — возникновению лазерной искры в холодном газе. В то же время эта стадия развития вызывает повышенный интерес, так как не вполне понятен механизм пробоя холодного плотного газа, столь низкими потоками излучения  $G \sim 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>.

В данной работе на примере молекулярного азота методами численного моделирования исследуется один из возможных механизмов оптического пробоя плотного газа вблизи металлической поверхности.

**Модель.** Оптический пробой в плотных газах представляется как процесс лавинной ионизации атомов и молекул достаточно энергичными электронами. Постановку задачи о лазерном пробое можно сформулировать следующим образом.

На молибденовую пластину справа падает лазерное излучение с длиной волны 1.06 мкм. Холодный газ прозрачен для излучения и поток проходит через него к поверхности мишени, часть его при этом поглощается, а часть отражается обратно; поверхность нагревается, и электроны, появляющиеся в результате термоэмиссии с поверхности молибдена, забирают энергию в результате тормозного поглощения лазерного излучения в поле ионов и нейтралов.

Лавинная ионизация в плотных газах носит, как известно, ступенчатый характер. В результате акта ионизации нейтральной частицы электронным ударом появляется ион и два медленных электрона. Поведение электронов в зоне излучения обуславливается упругими, неупругими и сверхупругими столкновениями с тяжелыми частицами. Важную роль играют также процессы переноса: диффузия электронов и ионов, теплопроводность электронов и тяжелой компоненты.

Все процессы, протекающие в зоне излучения, сильно неравновесны, так как энергию внешнего электромагнитного поля, создаваемого излучением лазера, сначала забирают электроны, а затем от них она передается частицам газа. Поэтому электронная и другие компоненты слабоионизованного газа с самого начала находятся в неравновесных условиях, и средние энергии частиц, относящихся к различным компонентам, будут различными. Поэтому задача о пробое молекулярного газа оптическим излучением рассматривается в трехтемпературном приближении. Более подробно постановка задачи рассмотрена в [4].

**Анализ модели.** Система уравнений, описывающая указанные процессы, имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -(k_2^+ N_2 - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e - (k_2^* N_2 - \beta_2^* N_2^* N_e) N_e - k_\alpha^e N_2 N_e - (k_4^c N_2^+ N_2 - \beta_4^c N_4^+) N_2 - (k_3^c N^+ N_2 - \beta_3^c N_3^+) N_2 - (k_\alpha N_2 - k_\alpha N^2) N_2 + k_\alpha^a N^3 + 2\alpha_4 N_4^+ N_e \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_2^*}{\partial t} = (k_2^* N_2 - \beta_2^* N_2^* N_e) N_e - (k^{*+} N_2^* - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e - k_\alpha N_2^* N_2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_2^+}{\partial t} = (k_2^+ N_2 - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e + (k_2^{*+} N_2^* - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e - (k_4^c N_2^+ N_2 - \beta_4^c N_4^+) N_2 - \alpha_2 N_2^+ N_e - \frac{\partial J_2^+}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial N_4^+}{\partial t} = (k_4^c N_2^+ N_2 - \beta_4^c N_4^+) N_2 - \alpha_4 N_4^+ N_e - \frac{\partial J_4^+}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = k_\alpha^e N_2 N_e + (k_\alpha (N_2 + N_2^*) - k_\alpha N^2) N_2 - k_\alpha^a N^3 - (k^+ N - \beta^+ N^+ N_e) N_e - (k^* N - \beta^* N^* N_e) N_e + 2\alpha_2 N_2^+ N_e + 3\alpha_3 N_3^+ N_e \quad (5)$$

$$\frac{\partial N^*}{\partial t} = (k^* N - \beta^* N^* N_e) N_e - (k^{*+} N^* - \beta^+ N^+ N_e) N_e \quad (6)$$

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (k^+ N - \beta^+ N^+ N_e) N_e + (k^{*+} N - \beta^+ N^+ N_e) N_e - (k_3^c N^+ N_2 - \beta_3^c N_3^+) N_2 - \frac{\partial J_3^+}{\partial X} \quad (7)$$

$$\frac{\partial N_3^+}{\partial t} = (k_3^c N^+ N_2 - \beta_3^c N_3^+) N_2 - \alpha_3 N_3^+ N_e - \frac{\partial J_3^+}{\partial x} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_e}{\partial t} = & (k_2^+ N_2 - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e + (k_2^{*+} N_2^* - \beta_2^+ N_2^+ N_e) N_e + (k^+ N - \beta^+ N^+ N_e) N_e + \\ & + (k^{*+} N^* - \beta^+ N^+ N_e) N_e - \alpha_2 N_2^+ N_e - \alpha_3 N_3^+ N_e - \alpha_4 N_4^+ N_e - \frac{\partial J_e}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} ({}^{3/2} N_e T_e) = & \left[ \left( \frac{4\pi e^2 G}{mc\omega^2} - \frac{3}{2} \delta \frac{m}{M} (T_e - T_g) \right) (v_{ei} + v_{en}) N_e \right] + \\ & + \left[ \left( \frac{4\pi e^2 G}{mc\omega^2} - \frac{3m}{M} (T_e - T_g) \right) (v_{ei}^a + v_{en}^a) N_e - I^+ (k^+ N - \beta^+ N^+ N_e) N_e - \right. \\ & \quad \left. - I^* (k^* N - \beta^* N^*) N_e - \right. \\ & \quad \left. - I^{*+} (k^{*+} N^* - \beta^+ N^+ N_e) N_e \right] + \frac{\partial}{\partial x} \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (N_g T_g) = & \delta \frac{m}{M} (T_e - T_g) (v_{ei} + v_{en}) N_e + \frac{2m}{M} (T_e - T_g) (v_{ei}^a + v_{en}^a) N_e + \\ & + T_g ((k_4^c N_2^+ N_2 - \beta_4^c N_4^+) N_2 + (k_3^c N^+ N_2 - \beta_3^c N_3^+) N_2 + \frac{\partial}{\partial x} \kappa_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_2 T_h) = \hbar \omega_h k_h N_2 N_e - I_d ((k_a N_2 - k_a N^2) N_2 - k_a^a N^3) \quad (12)$$

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = \frac{e}{E} \left( N_e - \sum_{i=1}^4 N_i^+ \right) \quad (13)$$

$$E = -\text{grad } U$$

$$I_e = e\mu_e N_e E + eD_e \text{grad } N_e, \quad J_i^+ = e\mu_i N_i^+ E - eD_i \text{grad } N_i^+$$

Здесь (1)–(2) – уравнения баланса для молекул в основном  $N_2$  и первом электронно-возбужденном состояниях, (3)–(4) – уравнения баланса для молекулярных ионов  $N_2$  и ионных кластеров  $N_4^+$ , (5)–(6) – уравнения баланса для атомов в основном состоянии  $N$  и первом возбужденном  $N^*$ , (7)–(8) – уравнения баланса для атомарных ионов  $N^+$  и ионных кластеров  $N_3^+$ , (9) – уравнение баланса для электронов  $N_e$ , (10) – уравнение баланса энергии для электронов, (11) – уравнение баланса энергии для тяжелых частиц, (12) – уравнение баланса колебательной энергии, (13) – уравнение Пуассона.

Принятые обозначения:  $t$  – время,  $x$  – пространственная координата,  $N$ ,  $N^*$ ,  $N_2$ ,  $N_2^*$  – концентрации атомов и молекул в основном и первом электронно-возбужденном состояниях,  $N^+$ ,  $N_2^+$ ,  $N_3^+$ ,  $N_4^+$  – концентрации атомарных, молекулярных ионов и ионных кластеров,  $N_e$  – концентрация электронов,  $T_e$  – электронная температура,  $T_g$  – температура тяжелых частиц,  $T_h$  – колебательная энергия молекул,  $k^*$ ,  $k^+$ ,  $k^{*+}$ ,  $k_2^*$ ,  $k_2^+$ ,  $k_2^{**}$  – коэффициенты скоростей электронного возбуждения и ионизации атомов и молекул из основного и возбужденного состояний,  $k_h$  – коэффициент скорости колебательного возбуждения молекул из основного состояния,  $k_a$ ,  $k_a^a$  – коэффициенты скорости термической диссоциации и диссоциации электронным ударом,  $k_3^c$ ,  $k_4^c$  – коэффициенты скорости реакций конверсии атомарных и молекулярных ионов,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  – коэффициенты скорости диссоциативной рекомбинации ионов  $N_2^+$ ,  $N_3^+$ ,  $N_4^+$ ,  $\beta^+$ ,  $\beta_2^+$  – коэффициенты трехчастичной рекомбинации атомарных и молекулярных ионов,  $k_a$ ,

$k_a^a$  — коэффициенты термической ассоциации,  $I^*$ ,  $I^+$ ,  $I^{*+}$ ,  $I_2^*$ ,  $I_2^+$ ,  $I_2^{*+}$ ,  $I_\alpha$  — потенциалы энергии электронного возбуждения, ионизации атомов и молекул из основного и возбужденного состояний, диссоциации,  $m$ ,  $M$  — массы электрона и атома,  $c$  — скорость света,  $\omega$  — круговая частота лазерного излучения,  $\nu_{ei}^a$ ,  $\nu_{en}^a$ ,  $\nu_{ei}$ ,  $\nu_{en}$  — частоты кулоновских и электрон-нейтральных столкновений,  $\hbar\omega_h$  — энергия колебательного кванта,  $u$  — электрический потенциал,  $E$  — напряженность электрического поля,  $J_e$ ,  $J_i^+$  — электронный и ионный потоки,  $D_e$ ,  $D_i$ ,  $\mu_e$ ,  $\mu_i$  — коэффициенты диффузии и подвижности электронов и ионов,  $\sigma$  — характерное сечение процесса,  $\delta$  — коэффициент неупругих потерь энергии, показывающий, во сколько раз суммарные неупругие потери больше, чем упругие,  $\kappa_v = \kappa_{j\downarrow} + \kappa_{j\uparrow}$  — коэффициент поглощения лазерного излучения,  $\kappa_{j\downarrow}$ ,  $\kappa_{j\uparrow}$  — коэффициенты тормозного поглощения в поле ионов и нейтралов соответственно,  $R$  — коэффициент отражения лазерного излучения мишенью,  $G_0$  — плотность излучения лазера,  $G_n$  — плотность лазерного излучения, поглощаемая мишенью,  $G$  — суммарная плотность излучения с учетом отраженного потока,  $v_e$ ,  $v_g$  — средние тепловые скорости электронов и тяжелых частиц,  $\kappa_e$ ,  $\kappa_g$  — коэффициенты электронной теплопроводности и газа.

В расчетах использовались следующие выражения:

$$D_e = v_e / N_2 \sigma_{en}, \quad D_i = v_g / N_2 \sigma_{in}, \quad v_e = 6.7 \cdot 10^7 T_e^{1/2} \text{ [см/с]}$$

$$v_g = 2.98 \cdot 10^5 T_g^{1/2} \text{ [см/с]}, \quad \mu_e = D_e / T_e, \quad \mu_i = D_i / T_g$$

$$\kappa_e = 5 v_e N_e / 2 N_2 \sigma_{en}, \quad \kappa_g = 25 T_g^{1/2} / 64 [d^2 (\pi m)^{1/2}], \quad R = 0.2$$

$$G_n = (1-R) G_0 \exp\left(-\kappa_v \int dx\right); \quad G = (1+R) G_0 \exp\left(-\kappa_v \int dx\right)$$

В качестве коэффициентов скоростей элементарных реакций использовались либо экспериментальные зависимости, либо их значения определялись по характерным сечениям. Значения всех коэффициентов приведены в [4].

Система уравнений (1)–(13) дополняется граничными условиями в точках  $x=0$  и  $x=L$ . На левой границе  $x=0$  (поверхность мишени) задаются величины термоэлектронного тока и температура поверхности. На правой границе  $x=L$  (точка по оси  $X$ , расположенная вправо от мишени на расстоянии 80 мкм) задаются соотношения, связывающие односторонние потоки с их функциями.

Величина термоэлектронного тока с поверхности оценивалась по формуле Ричардсона с учетом влияния пространственного заряда электронов. Температура поверхности определялась из решения уравнения теплопроводности для полубесконечного тела, на которое воздействует постоянный источник  $G_n$ . Граничные условия для уравнения Пуассона задавались с учетом того факта, что на систему не воздействуют никакие внешние поля

$$x=0, \quad D_e \frac{\partial N_e}{\partial x} = E T_e^2 \exp\left(-\frac{\varphi + \varphi_1}{T_e}\right), \quad T_e = T_g = 2 G_n (at / \Pi)^{1/2} / \lambda,$$

$$\sum_{i=1}^4 N_{i^+} = 0, \quad U = 0$$

(14)

$$x=L, \quad D_e \frac{\partial N_e}{\partial x} = -1/2 v_e N_e, \quad D_i \frac{\partial N_{i^+}}{\partial x} = -1/2 v_i N_{i^+}, \quad \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x} = -\frac{1}{2} v_e N_e T_e,$$

$$\kappa_g \frac{\partial T_g}{\partial x} = -\frac{1}{2} v_g N_g T_g, \quad U = 0$$

где  $B$  — эмиссионная константа,  $\phi$  — работа выхода молибдена,  $\phi_1 = eU$  — дополнительная работа выхода, обусловленная пространственным зарядом,  $\lambda$ ,  $\alpha$  — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности молибдена. Для молибдена

$$\begin{aligned} \phi &= 4.1 \text{ [эВ]}, \lambda = 1.4 \text{ [Вт} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}], \\ \alpha &= 0.54 \text{ [см}^2 \cdot \text{с}^{-1}], B = 60.2 \text{ [А} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-2}] \end{aligned}$$

Краевая задача (1)–(14) решалась на ЭВМ с помощью разностного метода суммарной аппроксимации [5]. Методика решения подобных задач изложена в [6].

По математической модели (1)–(14) были произведены расчеты при давлении 100 атм, что соответствует исходной концентрации молекул  $N_2 \approx 2.7 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$  и плотности излучения  $G_0 = 9 \cdot 10^8 \text{ Вт/см}^2$ .

На рис. 1, 2 показаны пространственные профили плотностей  $N_2$ ,  $N_2^*$ ,  $N$ ,  $N^*$ ,  $N^+$ ,  $N_2^+$ ,  $N_3^+$ ,  $N_4^+$ ,  $N_e$  и температур  $T_e$ ,  $T_g$ ,  $T_k$ . Расчеты показали,

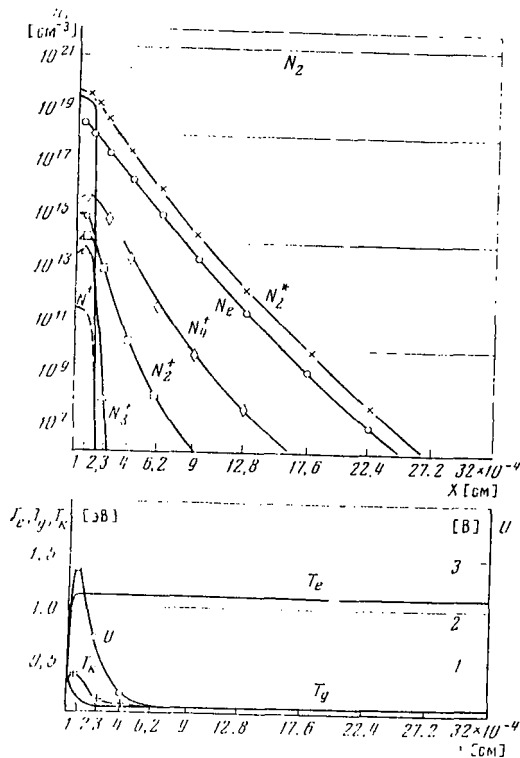


Рис. 1. Распределение плотностей частиц и температур в момент времени  $t = 1.23 \cdot 10^{-9}$  с при давлении  $P = 100$  атм

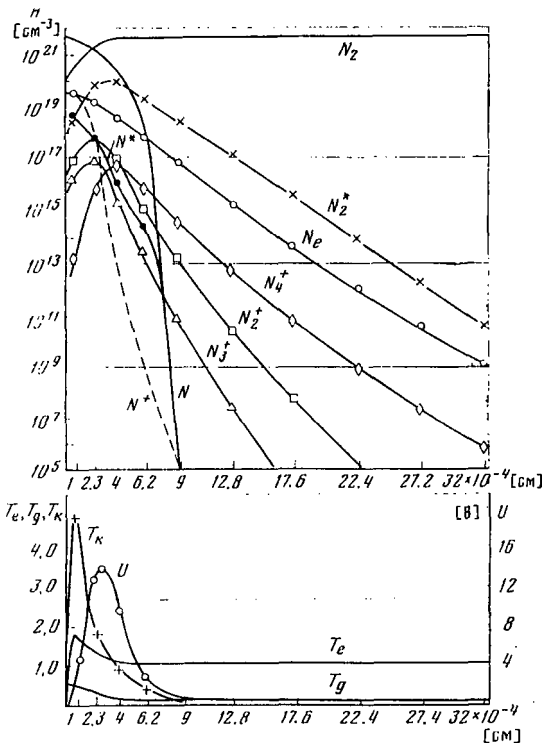


Рис. 2. Распределение плотностей частиц и температур в момент пробы при  $P = 100$  атм, время  $t = 4.35 \cdot 10^{-9}$  с

что температура электронов  $T_e$  за очень короткое время  $\sim 2 \cdot 10^{-10}$  с в области  $x \geq 0.4$  мкм устанавливается равной 1.13 эВ. Высокое давление газа препятствует уходу электронов на большие расстояния от поверхности мишени, что приводит к появлению больших градиентов плотности  $N_e$ , вызывающих в свою очередь появление высоких градиентов электрического поля. Это поле препятствует термоэмиссии электронов, создавая им дополнительную работу выхода  $\phi_1$ . К моменту времени  $1.23 \cdot 10^{-9}$  с (рис. 1) потенциал пространственного заряда в точке  $x = 0.4$  мкм достигает величины 3 В и термоэмиссия с поверхности полностью прекращается. Температура поверхности при этом равна 0.34 эВ.

Полученное распределение  $N_e$  по пространству можно рассматривать как затравочную плотность электронов. Вблизи поверхности  $x < 0.5$  мкм значение  $N_e$  достигает величины  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ . На данном отрезке времени все

явления в зоне излучения полностью определяются столкновительными процессами в молекулярной составляющей газа, так как плотность атомов еще низка, что связано с невысоким значением колебательной температуры  $T_k$ , определяющей степень термической диссоциации газа. При  $t \approx 3 \cdot 10^{-9}$  с колебательная температура достигает величины 3 эВ, что вызывает бурную термическую диссоциацию  $\sim 50\%$ . В результате определяющими в этой точке становятся процессы в атомарной составляющей газа. Температура  $T_e$  уже определяется электрон-нейтральными и электрон-ионными столкновениями в атомарном газе, причем частоты кулоновских

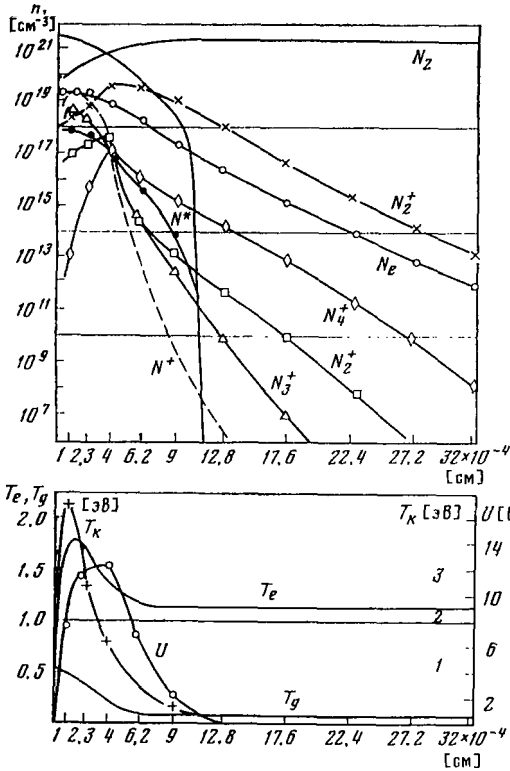


Рис. 3. Распределение плотностей частиц и температур в момент пробоя при  $P=50$  атм, время  $t=5.06 \cdot 10^{-9}$  с

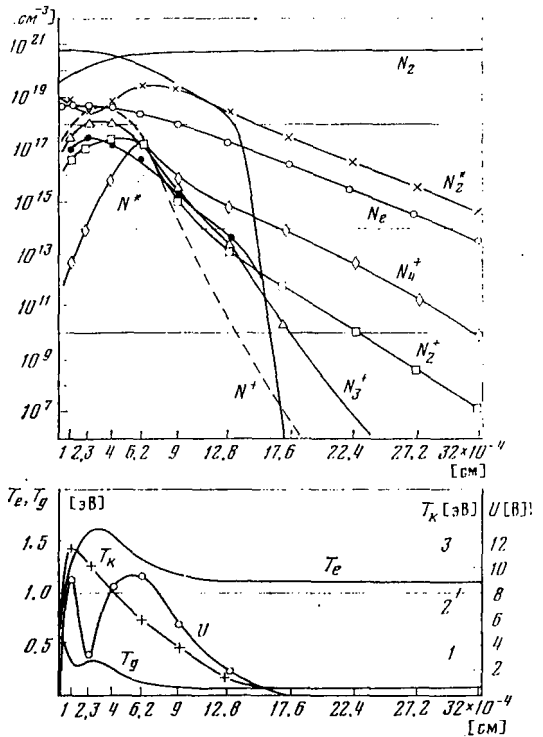


Рис. 4. Распределение плотностей частиц и температур в момент пробоя при  $P=30$  атм, время  $t=6.1 \cdot 10^{-9}$  с

столкновений по величине сравниваются с частотой электрон-атомных столкновений. Это приводит к возрастанию температуры  $T_e$  и к началу развития электроионной лавины. С ростом  $T_e$ , влияние столкновительных процессов в молекулярной составляющей на величину  $T_e$  уменьшается из-за сильного увеличения коэффициента  $\delta$ .

Лавинообразное нарастание  $N_e$  и  $T_e$  приводит к дальнейшему возрастанию  $T_k$  до 4.5 эВ, что усиливает термическую диссоциацию до 90% (рис. 2). Электронная температура  $T_e$ , в точке  $x=0.4$  мкм, увеличиваясь, достигает своего максимума  $T_{e \max}=1.8$  эВ в момент времени  $t=4.35 \cdot 10^{-9}$  с (рис. 2), а затем начинает медленно спадать из-за уменьшения потока излучения  $G$ , вызванного интенсивным поглощением в соседней области справа, где также начинается лавинообразная ионизация. Температура газа в этой точке достигает величины 0.41 эВ. В момент достижения  $T_{e \max}$  начальную стадию пробоя можно считать завершённой, поскольку к этому времени в пространстве сформировалась локальная область интенсивного поглощения лазерного излучения. Дальнейшие расчеты не целесообразны, поскольку математическая модель (1)–(14) не учитывает газодинамического движения нагретого газа.

На рис. 3, 4 представлены пространственные профили распределения плотностей частиц и их температур в момент пробоя, рассчитанных для давлений 50 и 30 атм.

**Заключение.** Отметим основные особенности пробоя молекулярного азота лазерным излучением, сфокусированным на металлическую поверхность.

Пробой при давлениях порядка 100 атм происходит на расстояниях менее 1 мкм от поверхности мишени. Возникновение лазерной искры в молекулярном азоте происходит в условиях, когда газ почти полностью переходит в атомарное состояние.

Порог пробоя по плотности излучения вблизи мишени равен  $G_0 = 4 \cdot 10^{+8}$  Вт/см<sup>2</sup>, т. е. уменьшается почти на два порядка по сравнению с экспериментальными данными [7, 8] по пробоям азота такой же плотности, но без мишени. Снижение порога пробоя происходит вследствие наличия мощного источника электронов (поверхность металла).

Температура поверхности за время пробоя достигает величины 0.4 эВ, что примерно равно температуре кипения молибдена при  $P=1$  атм. Это говорит о том, что при  $P=100$  атм пробой происходит без процессов развигото испарения вещества мишени.

Максимальное значение напряженности электрического поля в зоне пробоя достигает величины  $E=10^5$  В/см. Согласно [9], электрические поля в газах, для которых при комнатной температуре выполняется соотношение  $E/P \leq 2$  В/(см·мм рт. ст.), относятся к слабым полям, т. е. к таким, которые не вызывают искажения функции максвелловского распределения частиц. В данных расчетах  $E/P=1.3$  В/(см·мм рт. ст.). Таким образом, поля, сопровождающие явление пробоя, будут слабыми и, очевидно, что учитывать их следует не всегда.

Расчеты подтверждают предположение о термоэмиссии как об одном из возможных механизмов пробоя.

Математическую модель, предложенную в данной работе, можно использовать также для проверки пределов применимости более грубых моделей.

Поступила 21 V 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Низаметдинов М. М. О пробое газа излучением лазера при малых плотностях потока и высоких давлениях. Докл. СССР, 1974, 248, 2, 330.
2. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Низаметдинов М. М. Особенности взаимодействия излучения лазера с материалами при высоком давлении окружающей среды. ЖЭТФ, 1975, 69, 2, 722.
3. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Добровольский И. П., Низаметдинов М. М. Воздействие излучения лазера на металлы при высоких давлениях окружающей среды. Квасговая электроника, 1977, 1, 9, 1928.
4. Мажукин В. И. Численное моделирование пробоя плотного молекулярного газа лазерным излучением вблизи металлической поверхности. Препринт ИПМ № 30, 1979.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., «Наука», 1977.
6. Мажукин В. И. Численное моделирование пробоя плотного атомарного газа лазерным, сфокусированным на металлическую поверхность. Препринт ИПМ № 131, 1978.
7. Томлинсон Р., Дамон Е., Бушер Г. Пробой, вызванный излучением рубинового и неодимового лазеров в благородных газах и газах, составляющих атмосферу. В сб. «Действие лазерного излучения». М., «Мир», 1968.
8. Гилл Д., Дугал А. Минимумы пороговых кривых лазерного пробоя при сверхвысоких давлениях, обусловленные полизацией электронным ударом. В сб. «Действие лазерного излучения». М., «Мир», 1968.
9. Мак-Даниель П., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М., «Мир», 1976.