

УДК 519.6:533.9

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛАЗМЕННЫХ РАЗРЯДОВ

ВОЛЧИНСКАЯ М. И., МАЖУКИН В. И., РЕПИНА Г. Е.
ЧЕТВЕРУШКИН В. Н.

(Москва)

Задача о начальной стадии развития плазменного облака под воздействием лазерного излучения исследуется в двумерной постановке, перенос собственного излучения плазмы рассматривается в многогрупповом диффузионном приближении. Процесс развивается в азотной среде при начальном давлении $101.3 \cdot 10^5$ П. Энергия лазерного импульса не превышает 3 Дж.

1. Работа посвящена численному моделированию двумерной задачи о распространении плазменных разрядов в области высоких давлений вблизи металлической поверхности, на которую фокусируется лазерное излучение. Рассматривается азот с начальным давлением $p_0 = 101.3 \cdot 10^5$ П. Излучение лазера фокусируется на пятно радиуса $r_0 = 300$ мкм. Эти параметры соответствуют экспериментальным данным [1] и расчетам, приведенным в [2], где использовался неодимовый лазер, работающий в режиме свободной генерации. Лазерный импульс в таком режиме можно рассматривать как сумму отдельных пиков. В наших расчетах для описания начальной стадии динамики лазерной плазмы использовался пик мощностью $q = 5 \cdot 10^5$ Вт и длительностью 1 мкс. Данные по коэффициентам поглощения и уравнениям состояния азотной плазмы брались из [3] и [4]. В данной работе, в отличие от [5]–[7], не рассматриваются вопросы, связанные с численным моделированием лазерного пробоя в молекулярных газах. Пробой газа моделировался первоначальным заданием горячей (с $T = 1.8$ эВ) области толщиной $\Delta z = 20$ мкм, расположенной вдоль пластины. Процессы, протекающие в этих условиях, описываются следующей системой двумерных осесимметричных уравнений динамики излучающего газа:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{1}{2} \frac{\partial(ru)}{\partial r} - \rho \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial(p+\omega)}{\partial r}, \\
 & \rho \frac{\partial v}{dt} = -\frac{\partial(p+\omega)}{\partial z}, \\
 & \rho \frac{d\varepsilon}{dt} = -p \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_r^k)}{\partial r} + \frac{\partial W_z^k}{\partial z} + Q_n; \\
 (2) \quad & \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_r^k)}{\partial r} + \frac{\partial W_z^k}{\partial z} + \kappa_k U_k = \kappa_k U_{kp}, \\
 & \frac{l_k}{3} \frac{\partial U_k}{\partial r} = -W_r^k, \quad \frac{l_k}{3} \frac{\partial U_k}{\partial z} = -W_z^k; \\
 & W = \sum_{k=1}^{N_k} W^k, \quad 0 \leq r \leq R_0, \quad 0 \leq z \leq Z_0.
 \end{aligned}$$

Граничные условия задавались из условия симметрии при $r=0$ и условия отсутствия возмущений при $z=Z_0$ и $r=R_0$ (Z_0 и R_0 были взяты достаточно большими). Кроме того, предполагалось, что излучение, выходящее из плазмы, не отражаясь, поглощается металлической пластиной ($z=0$). В уравнениях (1), (2) используются следующие обозначения: ρ — плотность вещества, u — скорость вдоль направления радиуса r , v — скорость вдоль направления z , ε — внутренняя энергия, p — давление, ω — искусственная вязкость, ν — частота фотонов, W^h — вектор потока энергии излучения в диапазоне частот $\nu \in [\nu_k, \nu_{k+1}]$, U_k — плотность энергии излучения, N_k — число группы, κ_k — групповой коэффициент поглощения, $l_k=1/\kappa_k$ — длина свободного пробега фотонов, равновесная плотность энергии излучения

$$U_{kP} = \int_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} \frac{8\pi h \nu^3}{c^2 [\exp(h\nu/kT) - 1]} d\nu,$$

Q_{π} — энергия лазерного излучения, поглощенная в точке с координатами (r, z) , поток энергии лазерного излучения в точке (r, z)

$$W_{\pi} = q \exp\left(-\int_z^{z^*} \kappa_{\pi} dz\right),$$

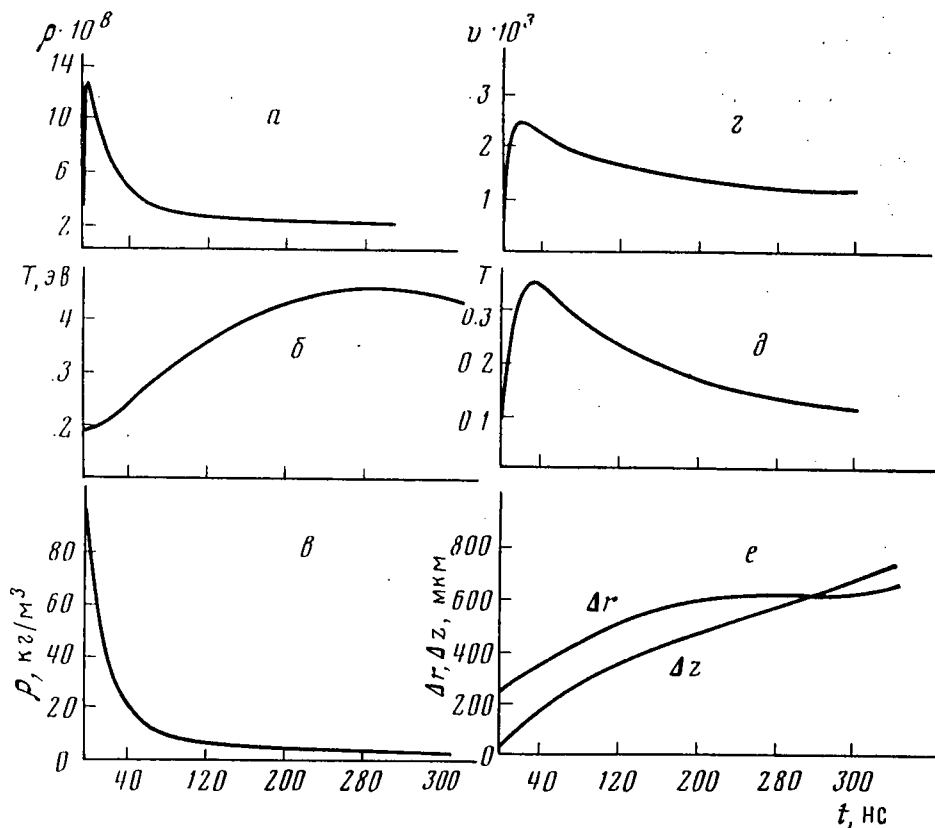
где $z^*(r, t)$ — координата границы плазмы.

2. Методика решения системы уравнений (1), (2) изложена в [8]. Созданный на ее основе программный комплекс содержит подпрограммы решения двумерных уравнений газовой динамики в лагранжевой системе координат, аппроксимации уравнений диффузии на неортогональных сетках, итерационного решения разностных эллиптических уравнений, осреднения разностных уравнений диффузии по энергиям фотонов, совместного решения уравнений энергии и многогрупповой системы уравнений диффузии. Кроме того, допускается использование табличных уравнений состояния вещества $\varepsilon(T, \rho)$, $p(T, \rho)$ и групповых коэффициентов поглощения $\kappa_k(T, \rho)$. Применение таблиц для уравнений состояния и коэффициентов поглощения значительно облегчается использованием логарифмической интерполяции табличных данных.

Диффузионное приближение дает хорошие результаты при решении задач динамики излучающего газа. В свою очередь, определение поля излучения непосредственно из решения уравнения переноса $\Omega \text{ grad } I_{\nu} + \kappa_{\nu} I_{\nu} = \kappa_{\nu} I_{\nu p}$ при недостаточно подробной угловой сетке может привести к появлению так называемого «эффекта луча» [9]. Результаты расчета уравнений диффузии свободны от этого негативного эффекта.

Отметим, однако, что в [10] рассмотрена методика определения поля излучения непосредственно из решения уравнения переноса, которое рассматривается в самосопряженном виде [11]. Как показали численные расчеты, эффект луча при этом не возникает.

Остановимся на некоторых моментах разностной аппроксимации уравнений диффузии на неортогональных сетках. $3N_k$ уравнений диффузии (2)



Фиг. 1

сводятся к N_k уравнениям эллиптического типа

$$(3) \quad -\operatorname{div} \frac{l_k}{3} \operatorname{grad} U_k + \kappa_k U_k = \kappa_k U_{k,p}.$$

Для аппроксимации уравнения (3) использовался интегроинтерполяционный подход [12], на основе которого в [8] получена разностная схема, записываемая в виде

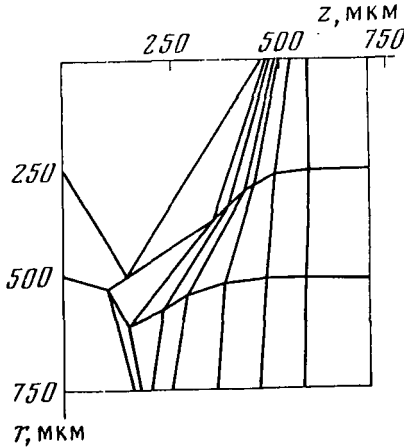
$$(4) \quad A_{in}^k U_{i-1,n-1}^k + B_{in}^k U_{i,n-1}^k + L_{in}^k U_{i+1,n-1}^k + K_{in}^k U_{i-1,n}^k - \\ - C_{in}^k U_{in}^k + E_{in}^k U_{i+1,n}^k + D_{in}^k U_{i-1,n+1}^k + M_{in}^k U_{i,n+1}^k + \\ + N_{in}^k U_{i+1,n+1}^k + F_{in}^k = 0, \quad k=1, 2, \dots, N_k.$$

Конкретный вид коэффициентов $A_{in}^k, \dots, N_{in}^k$ здесь не приводится ввиду громоздкости получающихся выражений. Рассмотрим вопрос о точности используемой разностной схемы (4). Пусть ΛU^1 — разностная аппроксимация оператора $\operatorname{div} [l_k(T, \rho)/3] \operatorname{grad} U_k$, тогда скалярное произведение $(\Lambda U, U)$ для первой краевой задачи запишется в виде

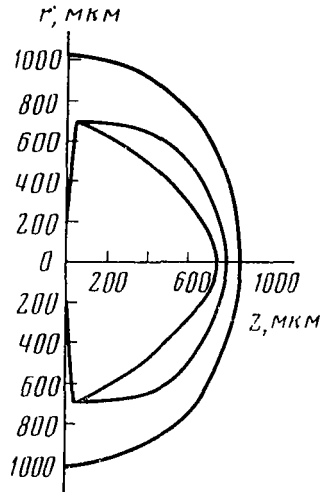
$$(5) \quad (\Lambda U, U) = \frac{1}{2} \sum_{i,n} [a_{i,n+1/2} (U_{i-1,n} - U_{in})^2 + b_{i,n+1/2} (U_{i-1,n} - U_{in}) \times \\ \times (U_{i-1,n-1} + U_{i,n-1} - U_{i-1,n+1} - U_{i,n+1}) + a_{i+1/2,n} (U_{i,n-1} - U_{in})^2 + \\ + b_{i+1/2,n} (U_{i,n-1} - U_{in}) (U_{i-1,n} + U_{i-1,n-1} - U_{i+1,n} - U_{i+1,n-1}) + \\ + a_{i+1,n+1/2} (U_{in} - U_{i+1,n})^2 + b_{i+1,n+1/2} (U_{in} - U_{i+1,n}) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (U_{i,n-1} + U_{i+1,n-1} - U_{i,n+1} - U_{i+1,n+1}) + a_{i+\frac{1}{2},n+1} (U_{in} - U_{i,n+1})^2 + \\ & + b_{i+\frac{1}{2},n+1} (U_{in} - U_{i,n+1}) (U_{i-1,n+1} + U_{i-1,n} - U_{i+1,n+1} - U_{i+1,n}). \end{aligned}$$

Коэффициенты a и b , входящие в (5), легко получаются из коэффициентов уравнения (4). Пусть l — вектор, соединяющий середины ячеек,



Фиг. 2



Фиг. 3

c — вектор, образованный ребром ячейки. Сделаем предположение

$$(6) \quad |(l \cdot c)| \ll (c, c).$$

Тогда можно показать, что имеет место неравенство

$$\begin{aligned} (\Delta U, U) \geq \frac{1}{4} \sum_{i,n} [a_{i,n+\frac{1}{2}} (U_{i-1,n} - U_{in})^2 + a_{i+\frac{1}{2},n} (U_{i,n-1} - U_{in})^2 + \\ + a_{i+1,n+\frac{1}{2}} (U_{in} - U_{i+1,n})^2 + a_{i+\frac{1}{2},n+1} (U_{in} - U_{i,n+1})^2]. \end{aligned}$$

Коэффициенты $a > 0$, следовательно, можно ввести новую поорму, имеющую смысл погрешности z первой краевой задачи:

$$\begin{aligned} \|z\|_{w_2^1(z_n)} = \frac{1}{4} \sum_{i,n} [a_{i,n+\frac{1}{2}} (z_{i-1,n} - z_{in})^2 + a_{i+\frac{1}{2},n} (z_{i,n-1} - z_{in})^2 + \\ + a_{i+1,n+\frac{1}{2}} (z_{in} - z_{i+1,n})^2 + a_{i+\frac{1}{2},n+1} (z_{in} - z_{i,n+1})^2]. \end{aligned}$$

Рассмотрим две области, Π и Π_1 . Пусть существует взаимно-однозначное, непрерывно дифференцируемое отображение с якобианом, большим нуля, переводящее последовательность неортогональных сеток ωh_1 в Π_1 при $h \rightarrow 0$, где h — максимальное значение ребра ячейки, в последовательность ортогональных сеток ωh в Π . Имеет место теорема, которую приведем без доказательства.

Теорема. Пусть сетка в Π является ортогональной (не обязательно равномерной), κ — кусочно-непрерывная функция с конечным числом разрывов, расположенных вдоль ребер сетки; тогда для первой краевой задачи при выполнении условия (6) для погрешности аппроксимации опе-

рагора Λ на неортогональной сетке в Π_1 справедлива оценка

$$\|z\|_{W_2'(z_n)} \leq MO(h).$$

Если сетка в Π является равномерной по каждому направлению, то справедлива оценка

$$\|z\|_{W_2'(z_n)} \leq MO(h^2).$$

3. Опишем ход газодинамической стадии процесса. Область начального пробоя хорошо поглощает лазерное излучение. При этом температура и давление в ней повышаются, достигая к $t=5$ нс максимума $1.3 \cdot 10^9$ П. В дальнейшем давление в горячей области падает (фиг. 1, а), несмотря на рост в ней температуры (фиг. 1, б). Это связано с началом интенсивного газодинамического разлета горячей области и падением в ней плотности (фиг. 1, в). При таком разлете в холодном газе образуется ударная волна, максимальная скорость которой достигает к моменту времени $t=20$ нс величины $2.5 \cdot 10^3$ м/с. В дальнейшем эта скорость медленно падает (фиг. 1, г).

Ударная волна нагревает окружающий азот до максимальной температуры $T=0.35$ эВ (фиг. 1, д). Такой температуры в ударной волне недостаточно для начала интенсивного поглощения лазерного излучения, поэтому светодетонационный режим не наблюдается.

Отметим, что для газов значительно меньшей плотности, например с начальным давлением $p_0=1.013 \cdot 10^5$ П, скорость ударной волны должна быть при том же максимальном давлении приблизительно на порядок выше. Соответственно выше должна быть и температура в области, охваченной ударной волной.

В начальный момент времени течение являлось одномерным, распространяющимся вдоль оси z . Однако к моменту $t \approx 100$ нс течение начинает приобретать двумерный характер. Наблюдаются значительные скорости и в боковом направлении. По сути дела, исследуемый режим дозвуковой радиационной волны [13], являющийся переходным от светодетонационного процесса к режиму медленного горения, рассматривается в нашем случае с учетом значительного бокового растекания.

На фиг. 1, е изображены характерные размеры плазменного облака вдоль направления лазерного луча Δz и в перпендикулярном ему направлении Δr . На фиг. 2 изображена форма сетки на момент времени $t=182$ нс. Заметна расширяющаяся центральная область и область ударной волны, расположенная впереди нагретой зоны. Характерная толщина зоны, захваченной ударной волной на момент времени $t=0.1 \div 0.5$ мс, составляла 70–100 мкм.

Холодный азот ($T \leq 1$ эВ) прозрачен для излучения видимого спектра и ближнего ультрафиолета, однако он хорошо поглощает излучение с частотой $\nu \geq 14$ эВ. Таким образом, если температура центральной нагретой области достаточно мала ($T \leq 2.5$ эВ), собственное излучение не оказывает практически никакого влияния на прогрев лежащих впереди холодных слоев.

С дальнейшим ростом температуры центральной области (напомним, что давление при этом падает) все большая доля выходящего из нее из-

лучения идет непосредственно на нагрев близлежащего азота. При максимальной температуре 5 эВ холодный азот оказывается непрозрачным уже для 60% излучения, выходящего из центральных областей. На фиг. 3 изображены линии равной температуры на момент времени 518 нс. Отметим, что линия $T=0.1$ эВ совпадает с границей фронта ударной волны в невозмущенном газе.

Нагретые собственным излучением слои азота, в свою очередь, начинают поглощать лазерное излучение, что ведет к ускорению их прогрева. В этом смысле процесс напоминает образование «ореола ионизации» [14], [15].

Однако в исследуемом случае, в отличие от экспериментов, описанных в [15], газ прогревается уже за фронтом ударной волны. Кроме того, процесс идет несравненно более медленно, что связано с относительно небольшими температурами, достигнутыми в центре: $T \leq 5$ эВ.

Дальнейший рост температуры ограничивается как начавшейся экранировкой лазерного излучения, так и увеличением высвечивания из центра с ростом его температуры и геометрических размеров горячей зоны. Кроме того, важную роль в ограничении температуры играет охлаждение за счет газодинамического разлета. Как показывают расчеты на моменты времени $t=0.1 \div 0.5$ мкс, эти потери сопоставимы с потерями энергии на высвечивание.

Как отмечалось в [16] для режима медленного горения, потери энергии на лучистое охлаждение плазмы малы по сравнению с потерями энергии за счет теплопроводности. Этот вывод был справедлив для размеров плазменного облака $R_0 \leq 0.1$ см и давления внутри него, приблизительно равного атмосферному. В этом случае оптическая толщина плазмы мала и потоки энергии излучения, выходящие из нее, много меньше характерной величины.

В нашем случае для $t \leq 1$ мкс характерное давление внутри плазмы $10^{13} \cdot 10^5$ П (давление холодного азота $10^{13} \cdot 10^5$ П). При таких давлениях даже для сравнительно небольшого размера плазменного облака, которое наблюдается в расчетах (см. фиг. 3), плазма уже не является оптически прозрачной. Наоборот, как показывают оценки, поток энергии излучения много выше потока энергии, переносимого за счет теплопроводности. Таким образом, в данном случае можно пренебречь теплопроводным механизмом охлаждения по сравнению с охлаждением за счет излучения и газодинамического разлета.

Плазменные образования начиная с момента времени $t=20$ нс полностью непрозрачны для лазерного излучения.

В результате металлическая мишень, на которую первоначально фокусировалось излучение лазера, начиная с $t=20$ нс экранирована от лазерного излучения и в дальнейшем подвергается тепловому воздействию только за счет лучистых потоков, идущих от плазмы.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность В. Я. Гольдину и А. А. Углову за обсуждение результатов.

Литература

1. Рыкалин П. Н., Углов А. А., Низаметдинов М. М. Особенности взаимодействия излучения лазера с материалами при высоком давлении окружающей среды.— Ж. эксперим. и теор. физ., 1975, т. 69, № 2, с. 722—731.
2. Волчинская М. И. и др. Численное моделирование двумерной задачи эволюции лазерной плазмы вблизи металлической поверхности.— Препринт ИПМ АН СССР. М., 1979, № 118.
3. Каменщиков В. А. и др. Радиационные свойства газов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1971.
4. Калиткин П. Н., Кузьмина Л. В., Рогов В. С. Таблицы термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы.— Препринт ИПМ АН СССР. М., 1972.
5. Мажукин В. И., Углов А. А., Четверушкин Б. Н. Моделирование пробоя плотного молекулярного газа лазерным излучением вблизи металлической поверхности.— Докл. АН СССР, 1979, т. 246, № 6, с. 1338—1342.
6. Мажукин В. И., Углов А. А., Четверушкин Б. Н. Численный анализ возникновения лазерной искры в плотном газе вблизи металлической мишени.— Физ. и хим. обработки материалов, 1979, № 6, с. 73—79.
7. Мажукин В. И., Углов А. А., Четверушкин Б. Н. Численное исследование задачи о лазерном пробое плотного газа.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1980, т. 20, № 2, с. 451—460.
8. Волчинская М. И., Четверушкин Б. Н. Решение двумерных нестационарных задач радиационной газовой динамики.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1979, т. 19, № 5, с. 1262—1275.
9. Lathrop K. D. Ray effects in discrete ordinates equations.— Nucl. Sci. Engng, 1968, v. 32, № 3, p. 357—369.
10. Репина Г. Е., Четверушкин Б. Н. Об одном методе решения уравнения переноса излучения в двумерных задачах радиационной газовой динамики.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1979, т. 19, № 6, с. 1513—1520.
11. Владимиров В. С. Математические задачи односкоростной теории переноса частиц.— Тр. Матем. ин-та СССР. М., 1961, т. 61.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
13. Бергельсон В. И., Лосева Т. В., Немчинов И. В. Численный расчет задачи о распространении по газу навстречу потоку светового излучения плоской дозвуковой радиационной волны.— Прикл. механ. и техн. физ., 1974, № 4, с. 22—34.
14. Гольдин В. Я., Четверушкин Б. Н. Исследование охлаждения и разлета сферической мишени, разогретой излучением лазера.— Ж. эксперим. и теор. физ., 1975, т. 68, вып. 5, с. 1768—1771.
15. Аскаръян Г. А., и др. Обнаружение быстрого ореола фотоионизации и облака концентрированной долгоживущей ионизации от ударной волны искры в луче лазера.— Письма в ЖЭТФ, 1965, т. 1, № 6, с. 18.
16. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1974.

Поступила в редакцию 27.III.1980