



Ордена Ленин  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша.  
Академии Наук СССР

М.И. Волчинская, Р.А. Ибраев, В.И. Мажукин,  
Г.А. Пестрякова, Е.Н. Четверушкин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО  
ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПЛАЗМЕННОГО ФАКЕЛА

Препринт № 88 за 1982 г.

Москва.

Ордена Ленина  
Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша  
Академии наук СССР

М.И.Волчинская, Р.А.Ибраев, В.И.Мажукин,  
Г.А.Пестрякова, Б.Н.Четверушкин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО ОСЕСИММЕТРИЧ-  
НОГО ПЛАЗМЕННОГО ФАКЕЛА

Москва, 1982 г.

## А Н Н О Т А Ц И Я

Работа посвящена численному моделированию процессов в плазме, которая возникает при взаимодействии лазерного излучения с веществом. Задача рассматривается в двумерной осесимметричной постановке. Для описания поля излучения используется многогрупповое диффузионное приближение.

В работе также рассматриваются некоторые вопросы, связанные с дальнейшим развитием методов решения двумерных задач динамики излучающего газа.

## ВВЕДЕНИЕ

Постановка нестационарной задачи радиационной газовой динамики, описывающей воздействие лазерного излучения на конденсированную среду в двумерной геометрии, вызвана тем обстоятельством, что в большинстве случаев практического использования лазера как технологического инструмента при сравнительно низких плотностях потока и больших длительностях импульса излучения процессы образования и развития плазменного жгута носят существенно неоднородный характер. Известно, что лазерная плазма, образующаяся у поверхности твердых мишеней, сама интенсивно излучает. Собственное излучение плазмы оказывает существенное влияние на все газодинамические характеристики: скорость, давление, температуру. Величины потоков идущих из плазмы, согласно оценкам [1] достигают величин  $\sim 30\%$  от лазерного потока.

Теоретическому исследованию характеристик эрозивной лазерной плазмы в вакууме посвящено достаточно большое число работ [2-4], в которых на основе численного решения одномерных по пространству задач радиационной газовой динамики исследовались особенности взаимодействия лазерных потоков  $G = 1-10 \text{ МВт}$  с различными металлами, такими как висмут, алюминий, медь, сталь. Однако уже первые расчеты задач в двумерной постановке [5,6] показали, что развитие плазменного сгустка вблизи металлических поверхностей даже в газовой среде повышенного давления  $\sim 100 \text{ атм}$  носит существенно неоднородный характер. Очевидно, что процесс взаимодействия лазерного излучения с металлами в вакууме тем более будет неоднородным.

Другим важным фактором, влияние которого не проявляется в одномерных задачах, является пространственная структура лазерного импульса.

### § 1. Метод численного расчета.

1<sup>о</sup>. Учет излучения в задачах газовой динамики сильно усложняет алгоритм их решения. В первую очередь это относится к двумерным нестационарным задачам. Методы численного решения таких задач стали развиваться сравнительно недавно [7 - 11].

В данной работе для описания осесимметричного движения плазмы используется система уравнений радиационной газовой

динамики, в которой поле излучения описывается с помощью многогруппового диффузионного приближения.

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} - \rho \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial(\rho + \omega)}{\partial r} \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial(\rho + \omega)}{\partial z} \quad (1.3)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = -(\rho + \omega) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_r)}{\partial r} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial(rW_r^k)}{\partial r} + \frac{\partial W_z^k}{\partial z} + \kappa_k U^k = \kappa_k U_{kr} \quad (1.5)$$

$$\frac{\ell_k}{3} \frac{\partial U^k}{\partial r} = -W_r^k; \quad \frac{\ell_k}{3} \frac{\partial U^k}{\partial z} = -W_z^k \quad (1.6)$$

$$\bar{W} = \sum_{k=1}^{N_k} \bar{W}_k. \quad (1.7)$$

Здесь:  $r$  - расстояние от оси симметрии,  $z$  - расстояние вдоль оси симметрии,  $t$  - время,  $u$  и  $v$  - компоненты скорости по  $r$  и  $z$  соответственно,  $\varepsilon$  - внутренняя энергия,  $\omega$  - искусственная вязкость,  $\rho$  - плотность,  $p$  - давление,  $\bar{W}$  - вектор потока энергии излучения,  $\kappa_\nu$  - коэффициент поглощения фотонов частоты  $\nu$ .

В работе [8] был рассмотрен алгоритм, позволяющий решать систему уравнений (1.1)-(1.7). В свою очередь для газодинамических течений, допускающих описание в переменных Эйлера, в [10] использовался алгоритм, являющийся модификацией методов, применяемых в работе [8]. Для решения уравнений движения в работе [10] применялся метод FLIC [12, 13].

В данной работе для решения системы уравнений (1.1)-(1.7) используется алгоритм, рассмотренный в работе [4], в который внесены изменения, связанные с определением потока энергии излучения. Опишем эти изменения.

2°. Для решения многогрупповой системы уравнений диффузии

$$-\frac{d}{dx} \frac{1}{3\kappa_k} \frac{dU^k}{dx} + \kappa_k U^k = \kappa_k 4\sigma_k T^4 \quad (1.8)$$

можно использовать следующую схему

$$W_{i-t}^k - W_i^k + \kappa_k U_i^k = F_i^k \quad (1.9)$$

$$W_i^K = \frac{1}{3} \frac{U_i^K - U_{i+1}^K}{\int_{x_{i-1/2}}^{x_i} x_{i-1} dx + \int_{x_i}^{x_{i+1/2}} x_i dx} \quad (\text{I.10})$$

Здесь значения правых частей, коэффициентов поглощения  $\varkappa_K$  и плотности энергии излучения  $U^K$  вычисляются в центре ячейки, а потоки  $W^K$  в узлах.

Рассмотрим случай, когда излучение выходит из оптически непрозрачной горячей ячейки в оптически прозрачную холодную ячейку.

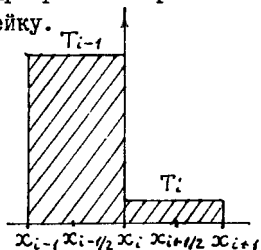


Рисунок I.

$$T_{i-1} \gg T_i$$

$$\varkappa_{i-1}(x_i - x_{i-1}) \gg 1$$

Предположим, что выполняется условие  $\varkappa_{i-1}(x_i - x_{i-1}) \gg 1$ . В этом случае, используя для определения потока энергии излучения выражение (I.10), получим, что  $W_i^K \ll 1$ . Это означает, что высвечивания энергии из нагретого объема не происходит. Подобный факт не соответствует физической картине явления.

В работе [14] была рассмотрена одна из возможных разностных схем, использующих аналитические решения уравнения (I.8). При этом аппроксимация уравнений осуществлялась с помощью выражений

$$W_{i+1}^K - W_i^K + \sqrt{3} \operatorname{th}(\Delta S_{i+1/2})(\varphi_i^K + \varphi_{i+1}^K) = 8 \operatorname{th}(\Delta S_{i+1/2}) \sqrt{\frac{1}{3}} \sigma_K T_{i+1}^4 \quad (\text{I.11})$$

$$\varphi_{i+1}^K - \varphi_i^K + \operatorname{th}(\Delta S_{i+1/2}) \sqrt{\frac{1}{3}} (W_i^K + W_{i+1}^K) = 0$$

$$\Delta S_{i+1/2} = \frac{\varkappa_i(x_{i+1} - x_i)}{2\sqrt{\frac{1}{3}}}; \quad \varphi^K = \frac{U^K}{3} \quad (\text{I.12})$$

Здесь как  $\varphi^K$ , так и  $W^K$  вычисляются в узлах разностной сетки.

Рассмотрим выражение (I.12) соответственно на отрезках  $[x_{i-1/2}, x_i]$  и  $[x_i, x_{i+1/2}]$

$$\begin{aligned} \varphi_i^k - \varphi_{i-1/2}^k + th \left( \frac{\alpha_{i-1} (x_i - x_{i-1/2})}{4\sqrt{3}} \right) \sqrt{\frac{1}{3}} (W_i^k + W_{i-1/2}^k) &= 0 \\ \varphi_{i+1/2}^k - \varphi_i^k + th \left( \frac{\alpha_i (x_{i+1/2} - x_i)}{4\sqrt{3}} \right) \sqrt{\frac{1}{3}} (W_i^k + W_{i+1/2}^k) &= 0. \end{aligned} \quad (I.13)$$

Приравнявая в (I.13)  $W_{i-1/2}^k$  и  $W_{i+1/2}^k$  к  $W_i^k$  и исключая  $\varphi_i^k$ , получим

$$W_i^k = \frac{U_{i-1/2}^k - U_{i+1/2}^k}{6\sqrt{3} \left[ th \left( \frac{\alpha_i (x_{i+1/2} - x_i)}{2\sqrt{3}} \right) + th \left( \frac{\alpha_{i-1} (x_i - x_{i-1})}{2\sqrt{3}} \right) \right]} \quad (I.14)$$

Отметим, что выражение (I.14) дает правильное значение потока для ситуации, схематически изображенной на рис. I.

Для получения разностной аппроксимации двумерного уравнения

$$\text{div } W^k + \alpha_k U^k = \alpha_k 4 \sigma_k T^4 \quad (I.15)$$

воспользуемся интегроинтерполяционным подходом [15]. При этом  $\text{div } W^k$  аппроксимируется с помощью выражения

$$\text{div } W_{in}^k = \frac{\oint \bar{W} d\bar{S}}{V_{in}} \quad (I.16)$$

Здесь  $V_{in}$  - объем ячейки (на рисунке 2 она заштрихована), а  $\oint \bar{W} d\bar{S}$  - интеграл по поверхности, ограничивающей данный объем.

В свою очередь выражения для потоков на границе ячейки определяются с помощью выражений, аналогичных (I.14)

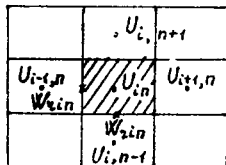


Рис. 2

$$W_{in}^k = \frac{U_{i-1,n}^k - U_{i,n}^k}{6\sqrt{3} \left[ th \left( \frac{\alpha_{i-1,n} (z_i - z_{i-1/2})}{2\sqrt{3}} \right) + th \left( \frac{\alpha_{i,n} (z_{i+1} - z_{i-1/2})}{2\sqrt{3}} \right) \right]} \quad (I.17)$$

$$W_{zin} = \frac{U_{i,n-1}^K - U_{in}^K}{6\sqrt{3} \left[ th \left( \frac{\alpha_{i,n-1} (z_n - z_{n-1/2})}{2\sqrt{3}} \right) + th \left( \frac{\alpha_{in} (z_{n+1/2} - z_n)}{2\sqrt{3}} \right) \right]} \cdot (I.18)$$

В выражениях (I.17) и (I.18), в отличие от (I.14), значениям  $U$  в центре ячейки приданы целочисленные индексы.

Подставляя выражения (I.17) и (I.18) в (I.16), получим пятиточечную разностную аппроксимацию для уравнения (I.15)

$$A_{in}^K U_{i,n-1}^K + K_{in}^K U_{i-1,n-1}^K - C_{in}^K U_{in}^K + E_{in}^K U_{i+1,n}^K + \\ + B_{in}^K U_{i,n+1}^K - \alpha_{in}^K U_{in}^K = \alpha_{in}^K 4 \sigma_{kin} T_{in}^4, \quad (I.19)$$

которая и использовалась для расчета задачи о нагреве и разлете лазерной плазмы.

3°. Численному моделированию взаимодействия лазерного излучения с веществом и динамики образовавшейся лазерной плазмы посвящено много работ. Однако за небольшим исключением, например [16-18], в этих работах используется одномерная плоская постановка, в которой несмотря на относительную простоту удалось получить ряд интересных результатов, проясняющих общую картину явления [19 - 21].

В данной работе для описания движения образовавшейся лазерной плазмы используется двумерная система уравнений (I.1)-(I.7). При этом в уравнении энергии (I.4) дополнительно учитывается вклад в нагрев плазмы лазерного излучения

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = -(\rho + \omega) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_r)}{\partial r} + \frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{\partial W_\lambda}{\partial z}, \quad (2.1)$$

где  $W_\lambda$  - поток энергии лазерного излучения



$$W_{\lambda}(r, z, t) = W_{0\lambda}(r, t) e^{-\int_z^{z^*} \alpha_{\lambda} dz'}, \quad 0 \leq z \leq z^*, \quad (2.2)$$

$z^*(r)$  - граница образовавшейся при испарении твердого тела лазерной плазмы,  $W_{0\lambda}(r, t)$  - мощность падающего извне лазерного излучения.

Постановка задачи схематически изображена на рис.3.

Лазерное излучение фокусируется на алюминиевую мишень ( $r_0$  - радиус пятна фокусировки).

Под действием лазерного излучения мишень нагревается и испаряется. При этом учитываются процессы теплопроводности внутри алюминиевой мишени и отражения лазерного излучения от ее поверхности.

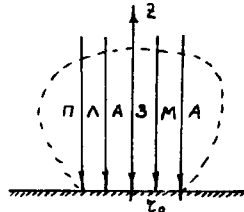


Рис.3

Во всех приведенных расчетах радиус пятна фокусировки выбирался = 0.3 см. Мощность лазерного излучения задавалась постоянной по времени, а по пространству имела колоколообразную форму:  $W_{\lambda} = W_{0\lambda} \exp[-2(\frac{r}{r_0})^2]$  при  $r \leq r_0$  и  $W_{\lambda} = 0$  при  $r > r_0$ , (рис.4). Коэффициенты поглощения алюминиевой плазмы определялись по данным работы [22], уравнения состояния брались из работы [23].

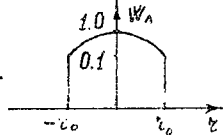


Рис.4

## § 2. Динамика явлений в плазменном факеле

Описанная в § I постановка нестационарной задачи о развитии эрозивной плазмы позволяет провести подробное изучение динамики плазменного факела. С этой целью была проведена серия расчетов о действии лазерного излучения на поверхность алюминия, помещенного в вакуум. Импульс лазерного излучения с  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$  имел постоянную во времени интенсивность в диапазоне значений  $(5 \div 100) \text{ Мвт/см}^2$ .

Расчеты показали, что при интенсивности  $\Phi = 5 \cdot 10^7 \text{ Вт/см}^2$  плазменный факел не образуется. Имеет место лишь истечение

паров с температурой  $T = 0.35$  эв, причем за время  $t \sim 0.5$  мкс алюминиевая пластина толщиной 150 мкм прожигается насквозь.

Пороговая величина  $G$ , при которой зажигается факел, лежит в диапазоне  $(1 + 2) \cdot 10^8$  вт/см<sup>2</sup>. На рис.5 представлено пространственное распределение температуры на момент времени  $t = 1.2$  мкс при  $G = 2 \cdot 10^8$  вт/см<sup>2</sup>. Обращают на себя внимание значение максимальной температуры  $T_{\max} = 3$  эв и геометрические размеры плазменного сгустка, которые из-за интенсивного разлета паров в боковых направлениях в 2 раза превышают размеры пятна фокусировки лазерного излучения.

Рассмотрим более подробно динамику явлений в плазменном факеле при интенсивности падающего лазерного излучения  $G = 10^3$  Мвт.

Не останавливаясь детально на вопросах условий испарения, отметим, что через некоторое время после начала воздействия лазерного излучения, необходимого для достижения температуры фазового перехода алюминия  $T_{\text{ф}} = 0.22$  эв, с поверхности начинается интенсивное испарение вещества. Струя горячих паров, нагреваемая монохроматическим излучением до  $T \sim 0.4$  эв, разлетается со скоростью  $u \sim v \sim 1$  км/с,  $t \leq 50$  нс.

К моменту времени  $t = 5$  нс в парах развивается оптический пробой, характеризующийся скачком температуры  $T \sim 1$  эв и давления  $p \sim 120$  атм. Пары становятся непрозрачными для лазерного излучения, которое почти полностью поглощается в узкой зоне  $\Delta z \sim 10$  мкм. К моменту  $t \sim 0.15$  мкс давление в горячей области возрастает до 130 атм, температура до 3 эв, максимальные скорости  $u \sim 2$  км/с,  $v \sim 3$  км/с, причем максимальная радиальная скорость  $v$  примерно равна максимальной скорости разлета вдоль направления  $z$ . Эпюры скоростей, давлений, температур и плотностей представлены на рис. 6 - 15.

В дальнейшем ( $t \sim 0.3$  мкс) наблюдается значительный рост основных характеристик плазменного факела: увеличиваются его геометрические размеры, растут скорости разлета, максимальные скорости разлета достигают величин  $u \sim v \sim 8 + 10$  км/с, максимальная температура  $\sim 8$  эв (рис.16-20).

Обращает на себя внимание пространственная структура горячей области факела. Конфигурация линий температуры в сечении вдоль оси  $z$  при  $\tau = 0$  подобна ранее отмечавшей-

ся в работах [5 - 6]. Прилегающий к поверхности слой имеет относительно низкую температуру ( $t \sim 0.33$  мкс, рис.20)

$T \sim 3$  эв, в то время как верхние слои, где поглощается основная доля энергии лазерного источника, имеют значительно более высокую температуру от 6 до 8 эв. В радиальном направлении форма горячей области (за счет газодинамического затекания) представляет собой некое подобие пространственной формы лазерного импульса. К моменту времени  $t \sim 0.9$  мкс радиус горячей области значительно превышает радиус пятна фокусировки.

Интенсивный разлет приводит к уменьшению плотности плазменного облака, что вызывает его просветление для лазерного излучения. В результате скорости, температура и давление в горячей области падают, и описанные явления нагрева и разлета паров перемещаются в более низкие слои факела.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В.И.Бергельсон, И.В.Немчинов. Параметры плазмы, образующейся под действием микросекундных импульсов излучения лазеров на алюминиевую преграду в вакууме. Квантовая электроника, 5, № 10, 1978, 2123 - 2131.
2. А.П.Голубь, И.Э.Маркович, И.В.Немчинов, А.И.Петрухин, Ю.Е. Плешаков, В.А.Рыбаков. Исследование нестационарного процесса разогрева и испарения металлов и образования поглощающего слоя и плазмы под действием лазерного излучения. М., ИФЗ, 1979, Депонировано в ВИНТИ, № 3300 - 79.
3. Г.С.Романов, Ю.А.Станкевич. Теоретическое исследование лазерных плазменных факелов, инициируемых поглощающей поверхностью. ДАН БССР, 21, №6, 503-506, 1977.
4. A.N. Pirri, R.G. Root and P.K.S. Wu. Plasma Energy Transfer to Metal Surfaces Irradiated by Pulsed Lasers. AIAA Journal, 1978, 16, 12, 1296-1304.
5. В.И.Мажукин, Б.Н.Четверушкин. Численное моделирование газодинамической стадии развития лазерной плазмы при высоком давлении окружающей среды. М., Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша АН СССР № 115, 1980.
6. В.И.Мажукин, А.А.Углов, Б.Н.Четверушкин. О развитии низкотемпературной лазерной плазмы в азотной среде повышенного давления. ДАН СССР, т.257, № 3, 1981, 584-589.
7. M.T. Sandford, R.C. Anderson, H.G. Horak, I.W. Kodis. Improved, implicit radiation hydrodynamics. J. of Comp. Physics, v.19, N 3, Nov. 1975, 280-297.
8. М.И.Волчинская, Б.Н.Четверушкин. Решение двумерных нестационарных задач радиационной газовой динамики. ЖВМ и МФ, т. 19, № 5, 1979.
9. В.И.Зубов, В.М.Кривцов, И.Н.Наумова, Ю.Д.Шмилевский. Расчет взаимодействия лазерного излучения с алюминиевым сосудом и его парами. ЖВМ и МФ, т.20, № 6, 1980, 1513 - 1529.
10. М.И.Волчинская, Б.Н.Четверушкин, Н.Г.Чурсанова. Решение двумерных нестационарных задач РГД с использованием эйлеровых переменных. Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша АН СССР № 33, 1981.

11. Е.В.Шильников. Исследование движения газа под действием сфокусированного лазерного излучения. Сб. Динамика излучающего газа, М, ВЦ АН СССР, 1981.
12. R.A. Jentry, B.I. Daly. An Eulerian method for unsteady compressible flow problems. J. of Comp. Physics, v.I, 1966, 87-118.
13. Б.П.Герасимов, С.А.Семущин. Расчет на неподвижной эйлеровой сетке обтеканий тел изменяющейся формы. Дифференциальные уравнения, № 7, том. XVII, 1981, 1214 - 1221.
14. Ю.Н.Куликов, Б.Н.Четверушкин. Неявный разностный метод определения температуры в задачах газовой динамики. ЖВМ и МЖ, № 1, т.13, 1973, 136 - 146.
15. А.А.Самарский. Теория разностных схем. М., Наука, 1977.
16. Ю.М.Давыдов, Численное экспериментирование методом "крупных частиц". Сб. Прямое численное моделирование течений газа. М., ВЦ АН СССР, 1977, 72 - 97.
17. В.И.Зубов, В.М.Кривцов, И.М.Наумова, Ю.Д.Шмыглевский. Взаимодействие излучения неодимового лазера с алюминиевым сосудом и его парами. В сб. "Динамика излучающего газа". М., ВЦ АН СССР, 1981, 56 з 73.
18. В.И.Мажукин, А.А.Углов, Б.Н.Четверушкин. Численное моделирование динамики лазерной плазмы вблизи твердой поверхности при высоком давлении окружающей среды. ДАН т.256, № 5, 1981, 1100 - 1105.
19. Ю.В.Афанасьев, О.Н.Крохин Газодинамическая теория воздействия лазера на конденсированные вещества. Тр ФИАН, т. 52, М., Наука, 118 - 170.
20. В.И.Бергельсон, А.П.Голубь, И.В.Немчинов. Образование плазмы в слое паров, возникших под действием излучения  $\text{O}_2\text{T}$  на твердое тело. Сб. Квантовая электроника, 1973, № 4, (16), 20 - 27.
21. И.В.Немчинов, Т.И.Орлова. О процессах у поверхности преграды при распространении от нее плазменного фронта навстречу лазерному излучению. Физика плазмы, 1978, 44, 949 - 952.
22. В.П.Буздин, А.В.Добкин, И.Б.Косарев. Коэффициенты поглощения излучения, спектральные и интегральные характеристики

- ки излучения алюминиевой плазмы в диапазоне температур  $(8 - 240) \cdot 10^3 \text{ К}$  и относительных плотностей  $3,16 \cdot 10^3 \div 100$ . М., ИФЗ, 1978, Депонировано в ВИНТИ, № 370, Деп.79 г.
23. Н.Н.Калиткин, Л.В.Кузьмина, В.С.Рогов. Таблицы транспортных коэффициентов плазмы. , М., ИГиМ, 1972 г.

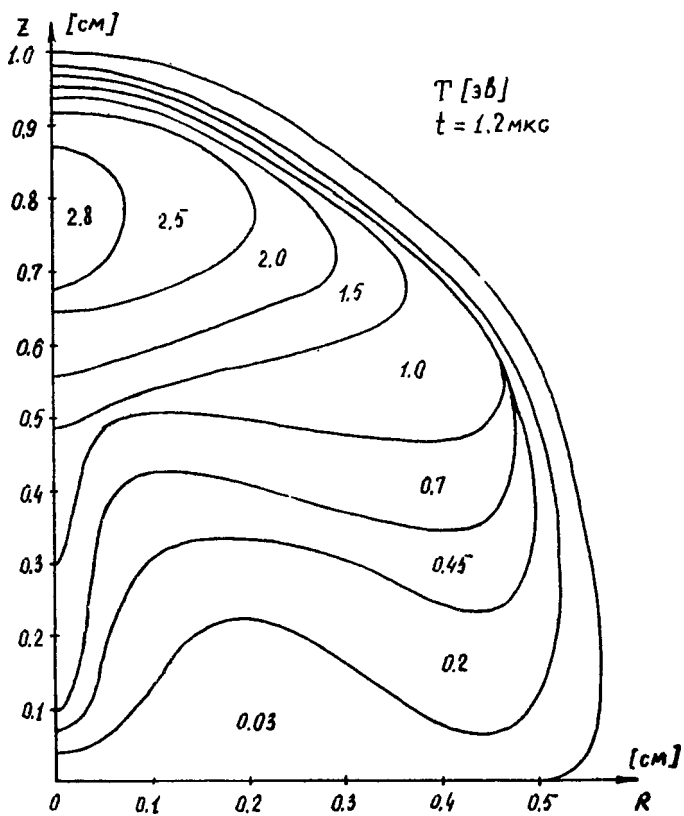


Рис. 5

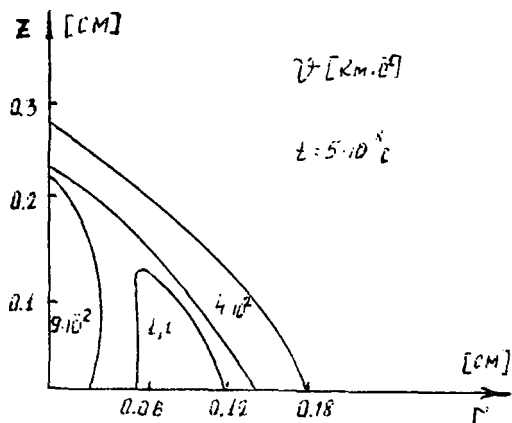


Рис. 6

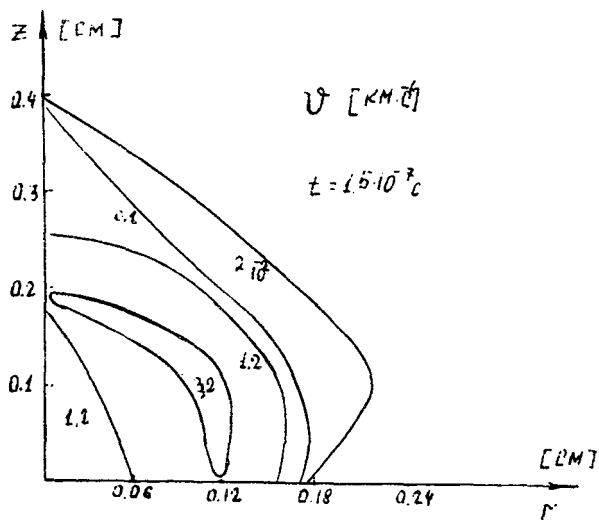


Рис. 7



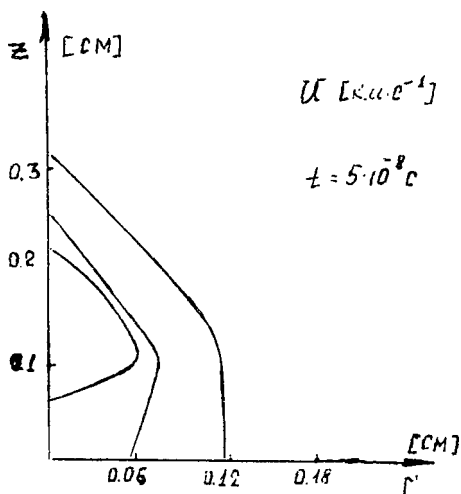


Рис. 8

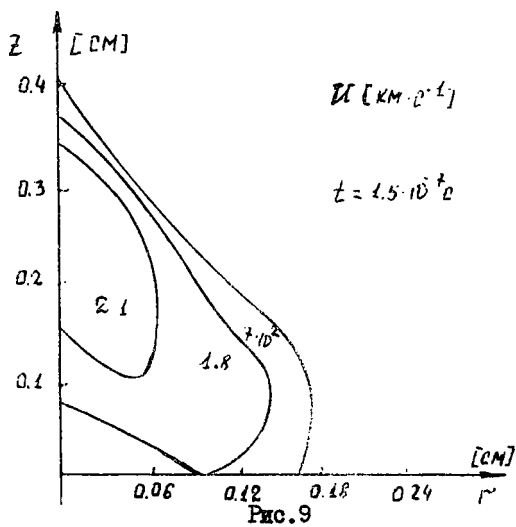


Рис. 9

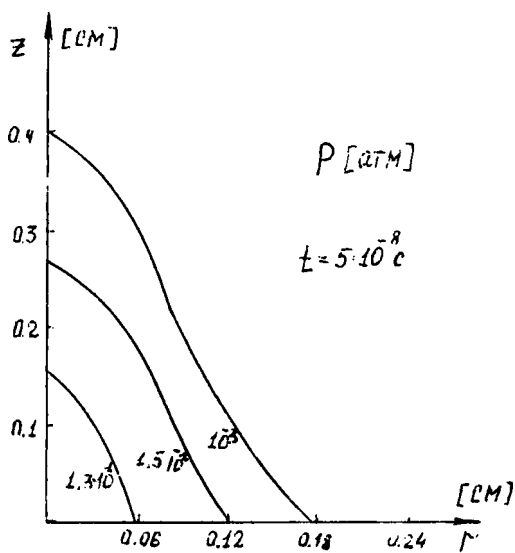


Рис. 10

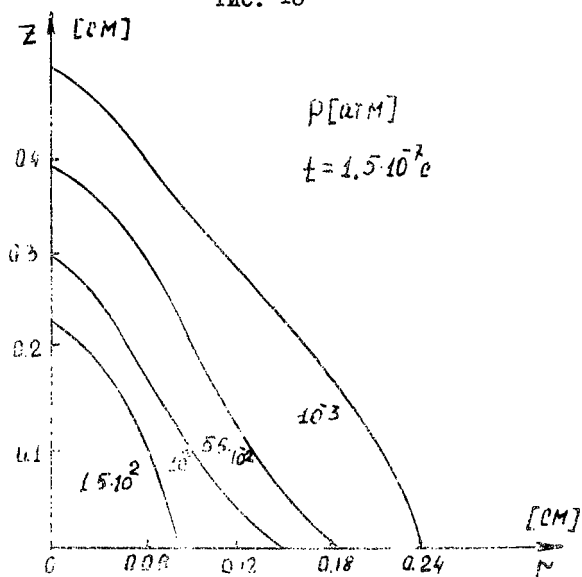


Рис. 11

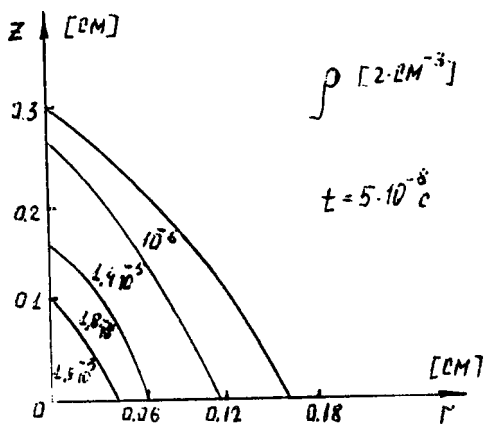


Рис. 12

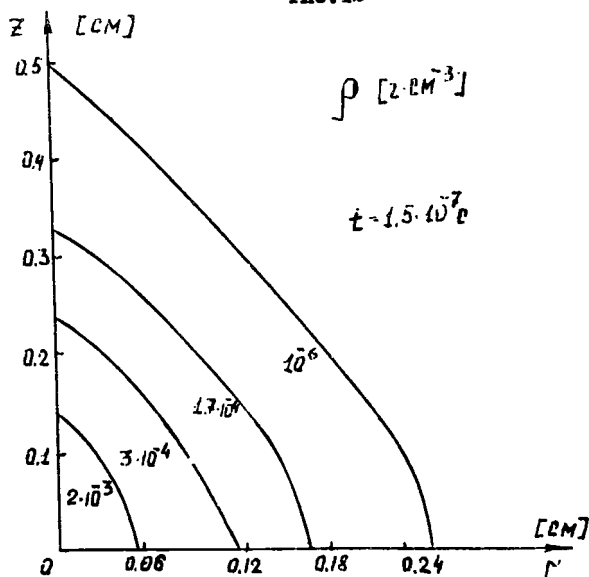


Рис. 13

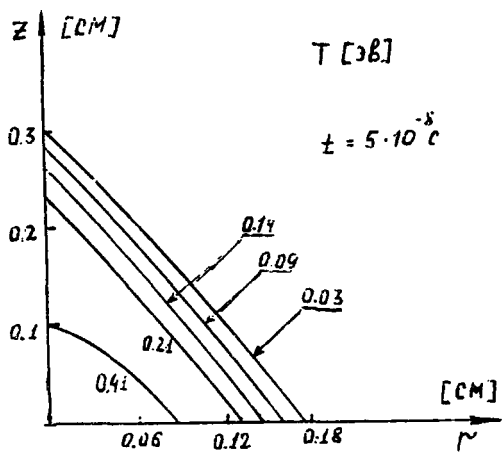


Рис. 14

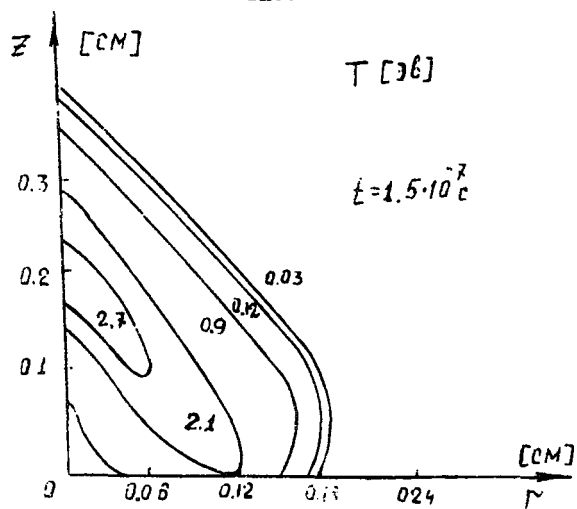


Рис. 15

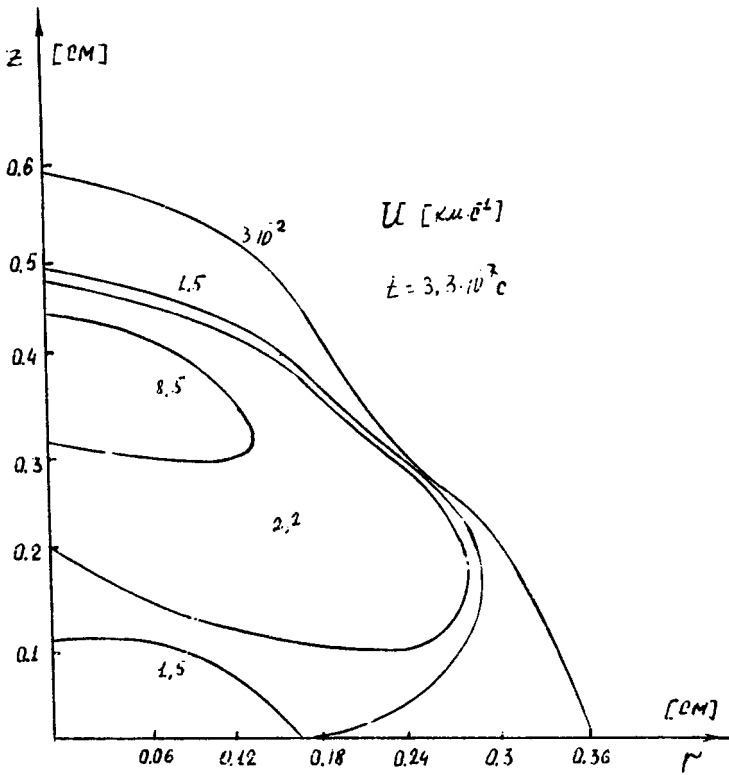


Рис. 16

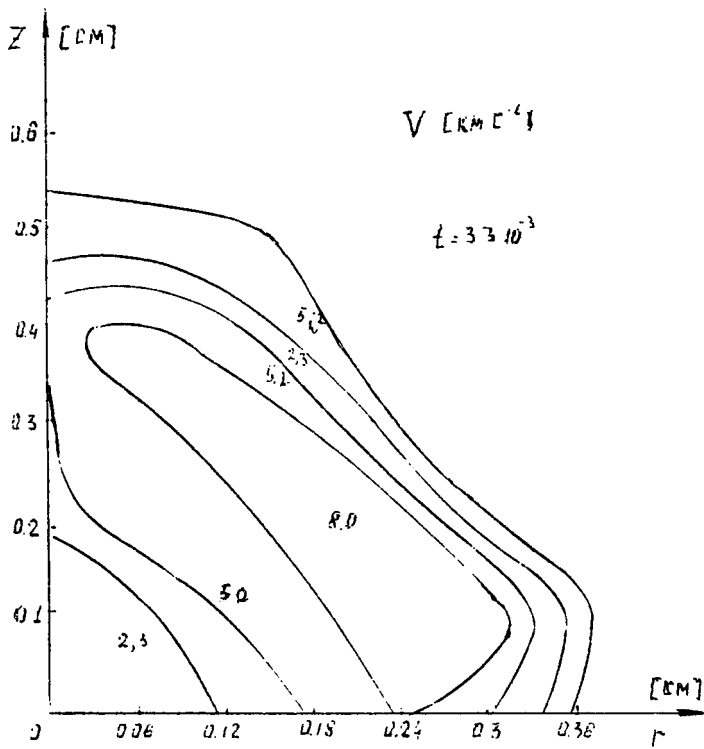


Рис. 17

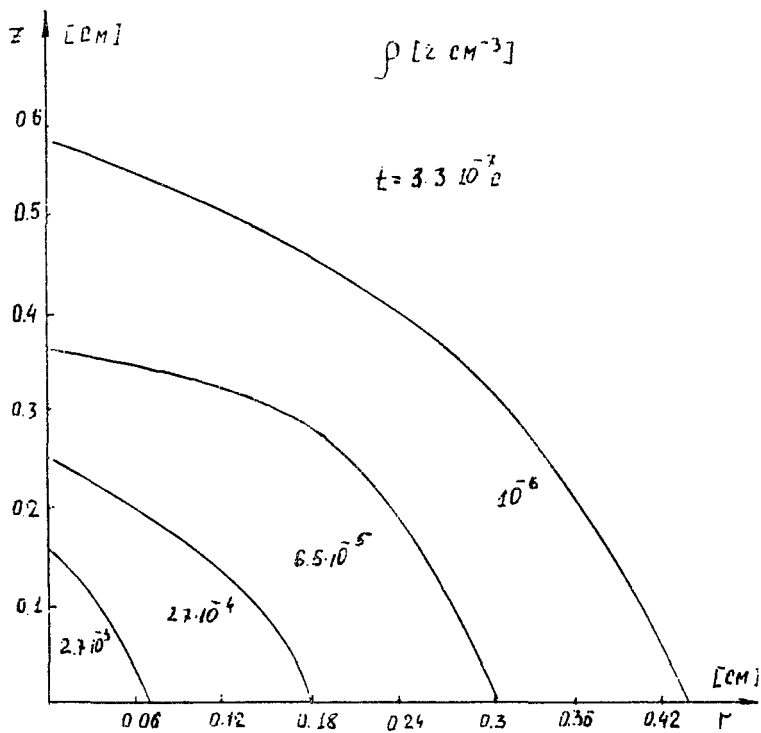


Рис. 18

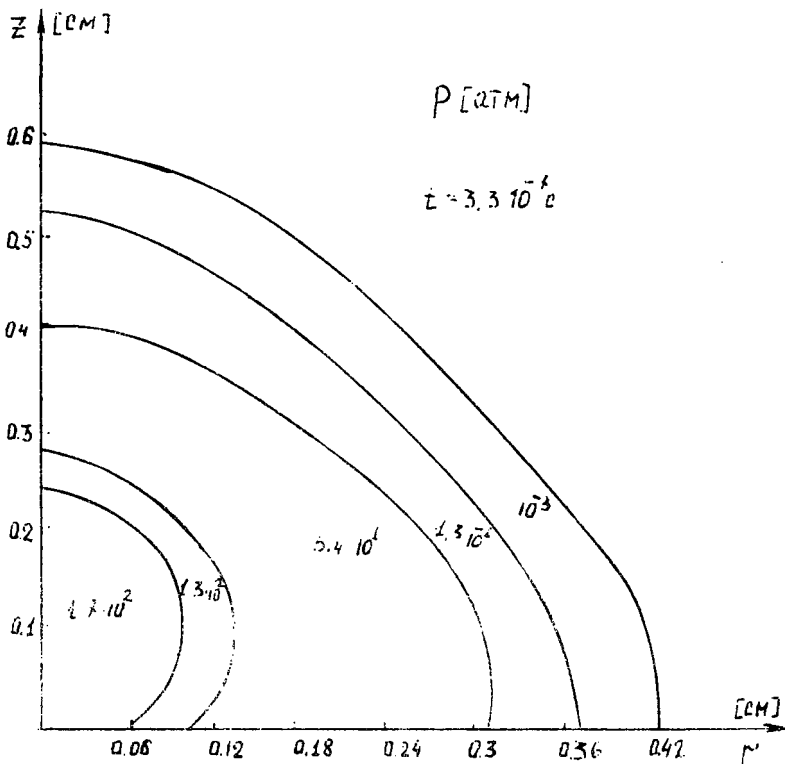


FIG. 19



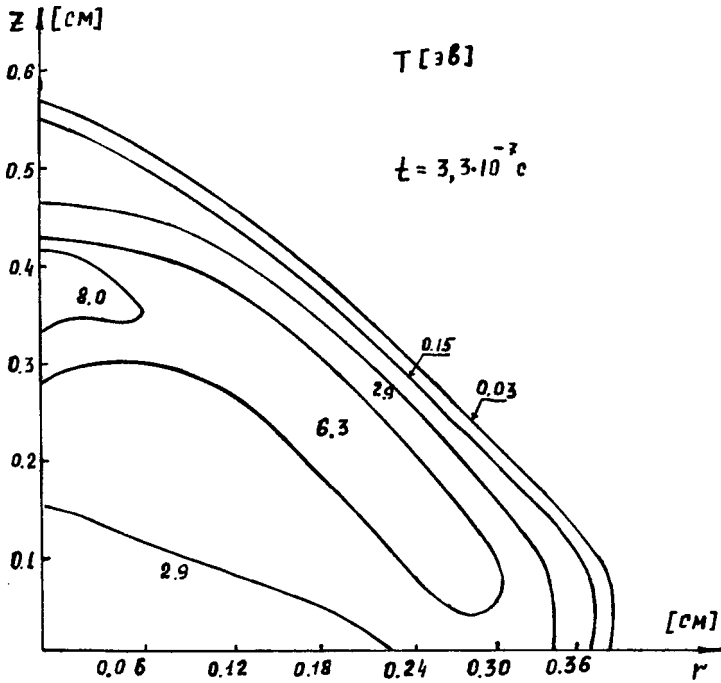


Рис. 20