

В. И. МАЖУКИН и Г. А. ПЕСТРЯКОВА

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЭРОЗИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ НА ПРОЦЕСС ПОВЕРХНОСТНОГО ИСПАРЕНИЯ**Введение**

Изучению взаимодействия лазерного излучения с веществом посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ [1–6]. Отмечается, что воздействие лазерного излучения на конденсированные среды сопровождается большим числом сложных, взаимообусловленных и быстропротекающих процессов, развитие которых носит нелинейный характер. Одна из наиболее интересных и важных проблем лазерного воздействия — задача о поверхностном испарении вещества. Известно, что динамика процесса испарения вещества определяется двумя факторами: температурным и газодинамическим, т. е. существенным образом зависит от скорости изменения температуры поверхности и давления в газовой среде. Экспериментальное изучение вклада каждого из этих факторов в отдельности затруднено. Возможности оценочных расчетов здесь весьма ограничены и получение новой информации об этих процессах в первую очередь связано с математическим моделированием их на ЭВМ. В постановке вычислительного эксперимента первостепенную роль играет построение математической модели, наиболее достоверно описывающей изучаемое явление.

В настоящее время для численного моделирования процесса поверхностного испарения вещества лазерным излучением используются две существенно отличающиеся модели: с кнудсеновским слоем и изотермическим скачком. Модель с изотермическим скачком, предназначенная первоначально для оценочных расчетов в условиях, близких к фазовому равновесию, развита в работах [7, 8]. Модель с кнудсеновским слоем, учитывающая неравновесность конвективного поверхностного испарения, предложена авторами [9–11]. Впоследствии обе модели применяли для численного моделирования. Модель с кнудсеновским слоем использовалась в расчетах [12–14], с изотермическим скачком — в [15–22]. При этом авторами [18, 19] утверждалось, что основное различие решений при использовании этих моделей заключается лишь в описании структуры волны испарения. Детального сравнения результатов, однако, при этом не проводилось. Между тем модели [7, 8] и [9–11] существенно различаются по своему физическому смыслу.

Цель настоящей работы — исследование с помощью численного моделирования особенностей процесса испарения алюминия лазерным излучением в условиях возникновения лазерной плазмы в испаренном веществе, а также определение на основе сравнительного анализа результатов математической модели, наиболее адекватно отражающей динамику испарения в этих условиях.

Постановка задачи

Процесс лазерного испарения вещества носит качественно различный характер в зависимости от относительного распределения давления p и температуры T в облучаемом веществе. Если давление p оказывается больше критической величины $p_{кр}$ для перехода жидкость — пар в области, где температура среды T не превышает критическое значение $T_{кр}$, то испарительный процесс описывается газодинамическими уравнениями с непрерывным уравнением состояния. При $p < p_{кр}$ может существовать резкая

граница раздела фаз, на которой кроме законов сохранения потоков массы, импульса и энергии необходимо сформулировать дополнительные соотношения, определяющие динамику фазового перехода. В столкновительном режиме испарения необходимо учитывать поток частиц, возвращающихся на поверхность из газовой фазы. Величина обратного потока определяется условиями газодинамического разлета за пределами кнудсеновского слоя, который непосредственно примыкает к поверхности раздела фаз и соответствует области сильного разрыва. Важнейшим параметром в докритической области, характеризующим динамику фазового перехода, является число Маха M на внешней стороне кнудсеновского слоя. Поток вещества через границу раздела фаз при заданной температуре поверхности T_s зависит от степени неравновесности фазового перехода и достигает максимума в режиме развитого испарения, когда число Маха на границе раздела равно единице. Давление отдачи P_s испаряемого вещества имеет при этом минимум, равный примерно половине давления насыщенного пара $p_n(T_s)$: $P_s \approx (1 + \gamma M^2) p_0 \approx 0,55 p_n$. Температура и плотность газа при $M=1$ соответственно равны: $T_0 = 0,67 T_s$ и $\rho_0 = 0,31 \rho_n$ [10, 11]. В случае фазового равновесия ($M=0$) поток вещества через границу равен нулю. Давление отдачи при этом равно давлению насыщенных паров $P_s = p_n$, кроме того, имеют место равенства: $T_s = T_0$, $p_0 = p_n$.

Режим испарения с $M=1$ реализуется, когда давление p_n велико по сравнению с внешним, например при испарении в вакуум. В этих случаях описание задачи существенно упрощается, так как поведение конденсированной среды можно рассматривать независимо от динамики разлета пара, в то время как при $M < 1$ такое разделение невозможно. Описание поведения конденсированной среды при $M=1$ сводится к однофазному варианту задачи Стефана, в котором температура на границе раздела слабо (логарифмически) зависит от скорости ее перемещения [23], в отличие от классической задачи Стефана [24], где температура перехода считается постоянной. Подобный подход широко используется при теоретическом исследовании лазерного испарения в диапазоне умеренных интенсивностей излучения. При этом связь между T_s и v_s обычно записывают в виде экспоненциальной зависимости [3].

Образование лазерной плазмы в потоке испаренного вещества приводит к росту давления в газовой среде $p \gg p_n$, что вызывает уменьшение числа M на границе и тем самым снижает степень неравновесности процесса испарения. Следствием этого является уменьшение выноса массы m испаренного вещества.

На важность учета влияния плазмы на кинетику испарения на качественном уровне указывалось в [25, 26]. Однако в многочисленных работах, связанных с математическим моделированием, влияние лазерной плазмы сводилось к учету эффекта экранировки излучения, т. е. к учету только температурного фактора процесса. Изменение степени неравновесности фазового перехода (поведение параметра M на границе) под влиянием давления в плазме, т. е. газодинамический фактор, ни в одной из работ не исследовался. Значение M на разрыве задавалось в этих работах либо $M=1$, либо поведение M вообще не обсуждалось. Во всех работах, за исключением [21], не сообщалось о способе определения величины M в случаях, когда $M < 1$. В [21] описан алгоритм определения значений $M \leq 1$, основанный на представлениях о распаде разрыва, но при этом ничего не сообщается о поведении числа M в выполняемых расчетах. В анализе результатов [20–22] отмечается лишь экранирующее влияние эрозионной плазмы. Таким образом, в задачах о поверхностном испарении оказался полностью не исследованным вопрос о поведении числа M при возникновении лазерной плазмы в потоке вещества.

Первые расчеты, выполненные по кнудсеновской модели с учетом газодинамического фактора [27, 28], показали, что с возникновением плазмы число M может принимать значения не только меньше единицы, но и отрицательные. При этом в расчетах режимов с $M < 1$ возник не простой вопрос о способе определения числа M , потребовавший разработки специального вычислительного алгоритма [27].

Естественный интерес вызывает вопрос о возможности получения аналогичных результатов при использовании в расчетах модели с изотермическим скачком. В качестве примера рассмотрим задачу, в которой на поверхность алюминиевой пластины толщиной $l=100$ мкм, находящейся в вакууме, падает лазерное излучение с длиной волны $\lambda=1,06$ мкм и интенсивностью $G=5 \cdot 10^8 \exp[-2((t-t_1)/t_1)^2]$ Вт·см⁻², где $t_1=250$ нс. Отметим, что испарение конденсированных сред может протекать с одним или с двумя фазовыми переходами, т. е. возможен либо прямой переход из твердого состояния в газообразное, либо через промежуточную жидкую фазу. В настоящей работе рассматриваются процессы с двумя фазовыми переходами. Поведение конденсированной среды описывается в приближении классической задачи Стефана:

$$\rho_l(T)C(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} - v \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (1)$$

Процессы в газовой среде описываются уравнениями радиационной газовой динамики (РГД)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (u-v)}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(E + \frac{(u-v)^2}{2} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(E + \frac{u^2}{2} \right) = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} (p u) + \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial G_g}{\partial x} \right), \quad (4)$$

$$\mu \frac{dI_v}{dx} + \kappa_v I_v = \kappa_v I_{v,p}, \quad (5)$$

$$W = \int_0^\infty dv \int_{-1}^1 \mu I_v d\mu, \quad (6)$$

$$p = p(\rho, T), \quad E = E(\rho, T), \quad \kappa_v = \kappa_v(v, \rho, T).$$

Граничные условия. Обратная сторона пластины $x=-l$ полагалась теплоизолированной $\lambda \partial T / \partial x = 0$. Выбор граничного условия при $x=-l$ ввиду больших значений l и слабого влияния на решение существенной роли не играет. На границе конденсированная среда — газ $x=0$ для модели с кнудсеновским слоем выписывались законы сохранения и два дополнительных соотношения, характеризующих степень неравновесности испарительного процесса [11]

$$\rho_l v_s = \rho_0 u_0, \quad (7)$$

$$P_s + \rho_l v_s^2 = p_0 + \rho_0 u_0^2, \quad (8)$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = G_s + W_s - \frac{1}{m} \left[L_v + k(2,5T_0 - 3T_s) + \frac{m u_0^2}{2} \right] \rho_l v_s \quad [29], \quad (9)$$

$$T_0 = T_s \left[\left(1 + f^2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^2 M^2 \right)^{1/2} - f \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) M \right]^2, \quad f = (\pi \gamma / 8)^{1/2}, \quad \gamma = 5/3, \quad (10)$$

$$\rho_0 = 1/2 \rho_n \left\{ (T_s/T_0)^{1/2} \left[(\gamma M^2 + 1) \exp(b^2 M^2) \operatorname{erfc}(bM) - \frac{4f}{\pi} M \right] + \frac{T_s}{T_0} [1 - 2fM \exp(b^2 M^2) \operatorname{erfc}(bM)] \right\}, \quad b = (\gamma/2)^{1/2}, \quad (11)$$

$$p_0 = R \rho_0 T_0, \quad p_n = \rho_n R T_s = p_b \exp(12,4/T_b (1 - T_b/T_s)).$$

Здесь $M = u_0/u_c$ — в общем случае неизвестный параметр, который должен определяться из решения уравнений газовой динамики (2), (3).

Согласно модели с изотермическим скачком вместо условий (9)–(11) используются уравнения

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = G_s + W_s - \rho_0 u_0 \left(H_0 + L_v + \frac{u_0^2}{2} \right) - \rho_s v_s \left(H_s + \frac{v_s^2}{2} \right) \quad [15, 16]; \quad (12)$$

$$T_s = T_0, \quad (13)$$

$$P_s = p_n, \quad (14)$$

$$M = 1. \quad (15)$$

Для уравнений РГД со стороны вакуума $x=L$ задавались условия: $p=0$, $G=5 \cdot 10^8 \exp[-2((t-t_1)/t_1)^2]$, $L=20$ см. Принятые обозначения: x , t — пространственная и временная координаты, $\lambda(T)$, $C(T)$, $\rho_l(T)$, v — коэффициент теплопроводности, теплоемкость, плотность и скорость в конденсированной среде, E — внутренняя энергия, u_c — скорость звука, I_v , W — интенсивность и поток собственного излучения плазмы, κ_v — коэффициент поглощения, $G=(1-R(T_s))G$ — доля лазерного потока, поглощаемого по-

верхностью, $G_s=(1+R(T_s))G \exp\left(-\int_0^L \kappa_v dx\right)$ — лазерный поток, поглощаемый в газовой среде, $R(T_s) = \begin{cases} 0,769T_s \leq 0,084 \text{ эВ} \\ 1-0,64T_s^{-0,4} T_s > 0,084 \text{ эВ} \end{cases}$ [12] — коэф-

фициент отражения лазерного излучения, H — энтальпия, s , 0 — индексы, означающие принадлежность величин к поверхности и газовой среде соответственно. Теплофизические характеристики алюминия $\lambda(T)$, $C(T)$, $\rho_l(T)$, $p_n(T_s)$ и уравнения состояния $p(\rho, T)$ и $E(\rho, T)$ приведены в [27].

Результаты расчетов

Результаты численного решения задачи (1)–(6) с использованием модели с Кнудсеновским слоем (условия (7)–(11)) показали, что испарение алюминия происходит в двух сравнительно коротких промежутках времени, где $M > 0$ (рис. 1). Первый период испарения $16 \leq t \leq 80$ нс обусловлен лазерным излучением, второй $275 \leq t \leq 325$ нс — потоком собственного излучения плазмы W_s . Начальный разлет паров происходит в вакуум, где $p \ll p_n$ и M быстро приобретает свое максимальное значение $M=1$. Здесь и в дальнейших рассуждениях в качестве давления p_p приводится величина, характерная для первого от поверхности счетного интервала ($x=10$ мкм). Возникновение плазмы приводит к увеличению оптической непрозрачности паров, их дальнейшему разогреву и росту давления p_p . Ввиду усиливающейся экранировки поток лазерного излучения на поверхности G_s уменьшается, вызывая уменьшение величин T_s и $p_n(T_s)$. С момента сопоставимости величин p_0 и $p_n(T_s)$ значение параметра M становится меньше единицы. При $t \approx 80$ нс значение $p_p \approx p_n(T_s)$ и $M=0$ (рис. 1, в), что означает прекращение испарения. Подчеркнем, что прекращение испарения определяется величиной давления в плазме, а не температурой поверхности, которая при этом остается довольно высокой $T_s \approx 0,38$ эВ (рис. 1, а).

В дальнейшем все большая доля лазерного излучения поглощается плазмой, температура ее достигает своего максимального значения $T \approx 9$ эВ. При этом наиболее горячая область быстро сдвигается навстречу лазерному излучению. Температура плазмы вблизи поверхности невысока $T=0,4 \div 0,6$ эВ. Под влиянием газодинамического разлета давление p_p уменьшается, но еще быстрее уменьшается величина $p_n(T_s)$ (рис. 1, б), вызываемая быстрым спадом значений G_s и T_s . Между величинами p_p и $p_n(T_s)$ устанавливается соотношение $p_p > p_0 > p_n$ и число M принимает отрицательные значения, что должно соответствовать процессу конденсации газа на поверхности.

Для учета конденсации ($M < 0$) в граничные условия (7)–(9) вноси-

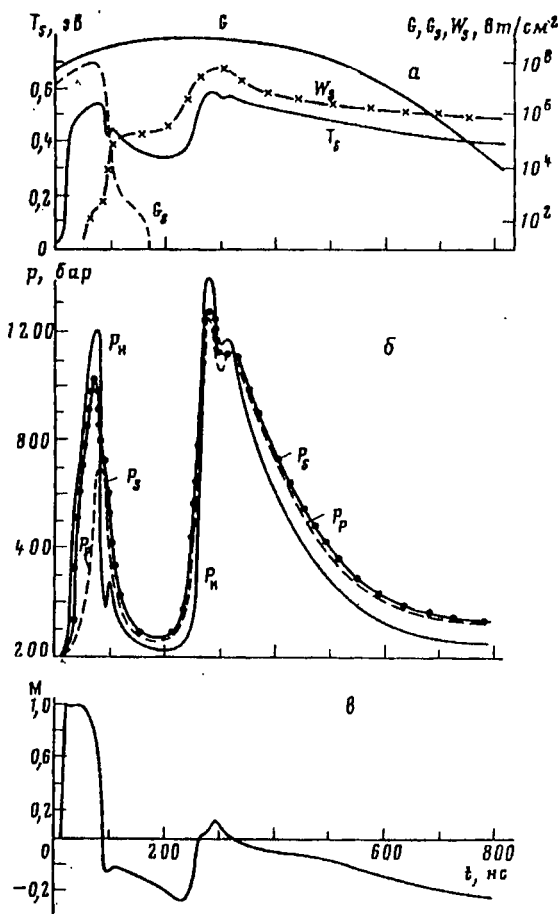


Рис. 1

Рис. 1. Временные характеристики процесса испарения, рассчитанные по модели с кнудсовским слоем

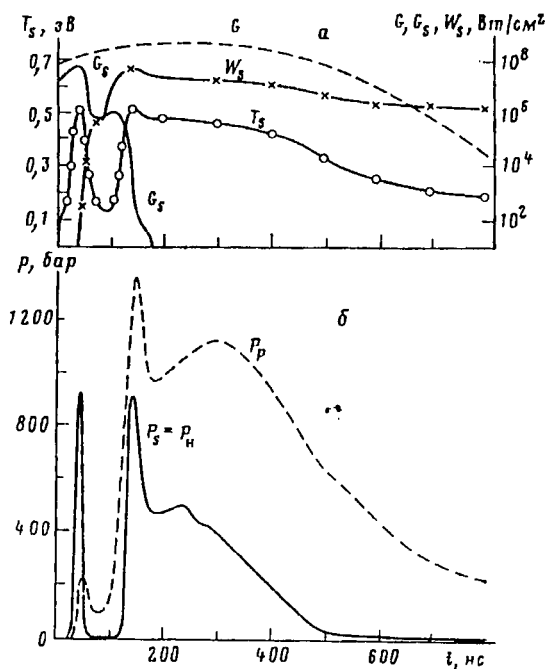


Рис. 2

Рис. 2. Временные характеристики процесса испарения, рассчитанные по модели с изотермическим скачком при $M=1$

лись следующие изменения. Полагалось, что поверхности достигает поток $\rho_0 u_0$ и полностью там осаждается. Для этого в уравнениях (7)–(9) величина $\rho_0 u_0$ заменялась $\rho_p u_0$. Кинетика процесса конденсации при этом не рассматривалась. При более строгом подходе ввиду несимметричности процессов испарения и конденсации соотношения (10), (11), рассматриваемые в данном случае при $M < 0$ как некоторые интерполяционные соотношения, необходимо заменить уравнениями, характеризующими кинетику конденсации. Величины T_s и $p_n(T_s)$ проходят свои минимальные значения $T_s \approx 0,32$ эВ, $p_n \approx 25$ атм и под влиянием потока излучения W_s стремительно возрастают. Соотношение между p_p и $p_n(T_s)$ меняет знак. Число M снова приобретает положительное значение $M > 0$, открывая новый период испарения (рис. 1, а–в).

Во втором периоде испарения максимальная величина M не превышает 0,1. Поступление в газовую среду новой доли холодных паров приводит к изменению оптической толщины плазмы для собственного излучения, уменьшению потока W_s и изменению знака соотношений между p_p и p_n $p_p > p_n$. Испарение прекращается, несмотря на то, что температура поверхности $T_s \approx 0,52$ эВ, а число Маха приобретает все увеличивающиеся по модулю отрицательные значения. Локальные максимумы на кривых $T_s(t)$ и $p_n(t)$ в районе $t \sim 0,1$ и $0,35$ мкс обусловлены энергией, выделяющейся при конденсации. Однако существенной роли на весь процесс они не оказывают. Масса испаренного вещества к моменту времени $t=1$ мкс равна $m=3,2 \cdot 10^{-4}$ г·см⁻².

В этой модели граничное условие (8) непосредственно в задаче (1)–(6) не используется и служит только для определения давления отдачи P_s . Результаты расчетов по изотермической модели представлены на рис. 2.

Отметим, что модель испарения (7), (8), (12)–(15) содержит некоторое несоответствие, так как условия (13), (14) выполняются только в случае, когда число $M \ll 1$. В расчетах это несоответствие проявляется в том, что при $M=1$ полностью игнорируется влияние динамики газовой среды на степень неравновесности фазового перехода. Процесс испарения в этих условиях контролируется только температурой поверхности T_s . Испарение происходит в течение почти всей длительности лазерного импульса, за исключением короткого промежутка времени, где в результате экранировки температура $T_s=0,12$ эВ падает значительно ниже температуры кипения $T_b=0,24$ эВ для алюминия при нормальных условиях. В результате совершенно неверно определяются два наиболее важных параметра процесса: давление отдачи P_s и масса испаренного вещества m . Как уже отмечалось, давление отдачи для режимов с $M=1$ равно $P_s \approx 0,55 p_n$. Но в модели с изотермическим скачком оно всегда равно давлению насыщенных паров. С образованием плазмы давление P_s оказывается в несколько раз ниже давления в газовой среде (рис. 2, б), что неверно. За $t=1$ мкс испаряется масса, равная $5,9 \cdot 10^{-4}$ г·см⁻².

Отказ в модели с изотермическим скачком от условия $M=1$ и замена его значениями M , определяемыми из уравнений газовой динамики, например, по методике [27], полностью не устраивают указанных противоречий. Проведенные расчеты показали, что модель с изотермическим скачком неприменима для режимов с $M < 0$. После перехода через нуль отрицательные значения $|M|$ неограниченно возрастают (рис. 3, б). Происходит это вследствие того, что для определения граничных значений p_0 и M используются условия (8), (14). Пренебрегая в (8) малыми членами, значение p_0 можно определить как $P_s = p_0(1 + \gamma M^2)$. Число M определяется из уравнения движения (3) и величина его зависит от перепада давлений p_0 и p_p . При фиксированном p_n давление p_0 имеет максимум при $M=0$. При отклонении M от нуля в сторону положительных или отрицательных значений давление p_0 уменьшается, причем всегда $p_p > (p_0 < p_n)$. В действительности при образовании плазмы должны выполняться неравенства: $p_p > p_0 > p_n$.

Неверное определение параметра p_0 приводит к росту отрицательных значений M и к дальнейшему уменьшению p_0 , число M может неограниченно возрастать. Поэтому для продолжения счета величину M в этой модели необходимо ограничить положительными значениями, т. е. наложить условие $M \geq 0$. О подобном ограничении ранее ни в одной из работ не сообщалось.

Ограничение параметра M снизу ($M \geq 0$) приводит к тому, что при образовании плазмы $p_n < p_p$ число $M=0$ в силу наложенных ограничений, а давление отдачи P_s при этом, как и в случае с $M=1$, оказывается в несколько раз ниже давления в плазме (рис. 4, б). Правильные значения давления отдачи в этой модели получаются лишь только там, где значение M действительно близко к нулю и $P_s = p_n$. На рис. 4, в представлена зависимость $M(t)$. Сравнение ее с $M(t)$ для модели с кнудсеновским словом показало на значительное количественное расхождение. Масса испаренного вещества в данном случае за 1 мкс равна $m = 1,6 \cdot 10^{-4}$ г·см⁻².

Сравнение результатов различных вариантов рис. 1–4 указывает на важность учета кинетики испарения. Расчеты также показали, что испарение в режимах с образованием плазмы в парах носит сугубо нестационарный характер. Отсутствие стационарности испарения показывают обе модели, если значение M в них не фиксировано $M=1$. Однако динамика протекающих процессов как на поверхности, так и вблизи ее существенно изменяется в зависимости от используемой модели. Различие основных параметров плазмы со стороны вакуума не столь значительно.

Заключение

Выполненный анализ свидетельствует о том, что для описания взаимодействия лазерного излучения с веществом в диапазоне интенсивностей, где существуют фазовые превращения целесообразно использовать модель

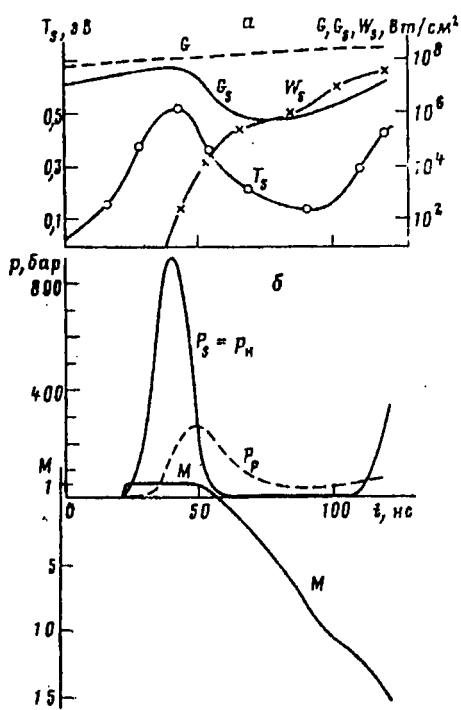


Рис. 3

Рис. 3. Временные характеристики процесса испарения, рассчитанные по модели с изотермическим скачком, в которой M определяется из уравнений газовой динамики

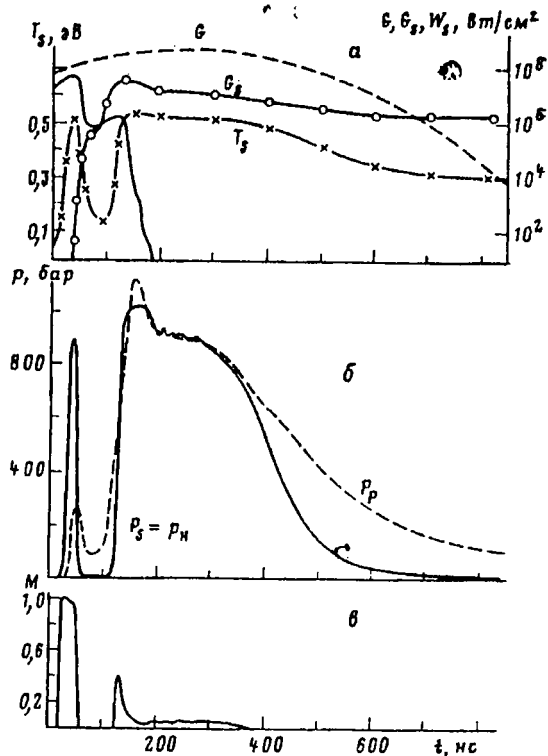


Рис. 4

Рис. 4. Временные характеристики процесса испарения, рассчитанные по модели с изотермическим скачком при $0 \leq M \leq 1$

испарения с кнудсеновским слоем, поскольку расчеты по модели с изотермическим скачком не позволяют достоверно определять значение двух наиболее важных параметров: массу испаренного вещества и давление отдачи.

Применение модели испарения с кнудсеновским слоем для моделирования режимов с плазмой в парах требует дальнейшего усовершенствования, поскольку в рассматриваемой работе отрицательные значения числа M определяются на качественном уровне.

Отдельного рассмотрения заслуживает также проблема начального образования плазмы, т. е. оптический пробой паров, характеризующий степень непрозрачности газовой среды. Во всех работах, посвященных исследованию испарения, при наличии плазмы пробой паров рассматривался в приближении вспышки [15], в которой начало образования плазмы определяется коэффициентом поглощения лазерного излучения κ . Для более строгого определения количества массы испаренного вещества необходимо рассматривать развитие электронной лавины в парах. Расчеты лавины можно производить аналогично расчетам оптического пробоя газов [30, 31].

Институт прикладной математики
Академии наук СССР

Литература

1. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Кокора А. П. Лазерная обработка материалов. М.: Машиностроение, 1975. 321 с.
2. Рэди Дж. Действие мощного лазерного излучения. М.: Мир, 1974. 468 с.
3. Анисимов С. И., Имас Я. А., Романов Г. С., Ходыко Ю. В. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970, 271 с.
4. Афанасьев Ю. В., Басов Н. Г., Крохин О. П. и др. ЖТФ, 1969, т. 39, с. 894.
5. Батанов В. А., Бункин Ф. В., Прохоров А. М., Федоров В. Б. ЖЭТФ, 1972, т. 2(8), с. 586.
6. Бункин Ф. В., Трибельский М. И. УФН, 1980, т. 130, с. 193.
7. Афанасьев Ю. В., Крохин О. Н. Тр. ФИАН СССР, 1970, т. 52, с. 118.

8. Афанасьев Ю. В., Крохин О. Н. ЖЭТФ, 1967, т. 52, с. 966.
9. Романов Г. С., Пустовалов В. К. Изв. АН БССР, 1967, т. 4, с. 84.
10. Анисимов С. И. ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 339.
11. Knight G. J. AIAA Journal, 1979, v. 17, p. 519.
12. Романов Г. С., Станкевич Ю. А. ДАН БССР, 1977, т. 21, с. 503.
13. Романов Г. С., Станкевич Ю. А. Физика горения и взрыва, 1981, т. 17, с. 117.
14. Бонч-Бруевич А. А., Зинченко В. И., Имас Л. А. и др. ЖТФ, 1981, т. 51, с. 919.
15. Виленская Г. Г., Немчинов И. В. ДАН СССР, 1969, т. 186, с. 1048.
16. Бергельсон В. И., Голубь А. П., Немчинов И. В., Попов С. П. Квантовая электрон., 1973, № 4(16), с. 20.
17. Бергельсон В. И., Немчинов И. В. Квантовая электрон., 1978, № 5, с. 2123.
18. Голубь А. П., Немчинов И. В., Петрухин А. И. и др. ЖТФ, 1981, т. 51, с. 316.
19. Голубь А. П., Маркович И. Э., Немчинов И. В. и др. Деп. ВИНТИ № 2300-79, 1979.
20. Зубов В. И., Кривцов В. М., Наумова И. П., Шмыглевский Ю. Д. Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1980, т. 20, с. 1513.
21. Зубов В. И., Кривцов В. М., Наумова И. П., Шмыглевский Ю. Д. В кн.: Динамика излучающего газа. М.: ВЦ АН СССР, 1980, т. 3, с. 76.
22. Зубов В. И., Кривцов В. М., Наумова И. П., Шмыглевский Ю. Д. Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1983, т. 23, с. 1520.
23. Masters J. I. J. Appl. Phys., 1956, v. 27, p. 477.
24. Langer J. S. Rev. Mod. Phys., 1980, v. 52, p. 1.
25. Лохныгин В. Д., Самохин А. А. Теплофизика высоких температур, 1977, т. 15, с. 684.
26. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. ЖТФ, 1982, т. 52, с. 684.
27. Мажукин В. И., Пестрякова Г. А. Препринт ИПМ АН СССР, № 48, 1984. 31 с.
28. Мажукин В. И., Пестрякова Г. А. ДАН СССР, 1984, т. 278, с. 1184.
29. Романов Г. С., Станкевич Ю. А. Отчет НИИ ПФП № Б732077, Минск, 1978.
30. Мажукин В. И., Углов А. А., Четверушкин Б. П. ДАН СССР, 1979, т. 246, с.
31. Мажукин В. И., Углов А. А., Четверушкин Б. П. Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1980, т. 20, с. 119.