



Ордена Келдыша  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Академии наук СССР

В.И. Мажукин, Л.Ю. Такоева

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГОРЕНИЯ  
НА СЕТКАХ, ДИНАМИЧЕСКИ АДАПТИРУЮЩИХСЯ  
К РЕШЕНИЮ

Препринт № 74 за 1989г.

Москва

ОРДЕНА ЛЕНИНА  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М. В. КЕЛДЫША  
АКАДЕМИИ НАУК СССР

В. И. Мажукин, Л. Ю. Такоева

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГОРЕНИЯ  
НА СЕТКАХ, ДИНАМИЧЕСКИ АДАПТИРУЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ

Москва 1989 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Основные трудности математического моделирования в нестационарных задачах связаны с наличием таких особенностей решения как возникновение и распространение зон больших градиентов, разрывов, контактных и подвижных границ области. К числу подобных задач относятся, в частности, известные проблемы гидродинамики: возникновение ударных волн и контактных границ; тепломассообмена: задачи о фазовых превращениях и горении вещества, задачи пограничного слоя. Повышение точности и эффективности расчетов в этих задачах возможно посредством применения адаптирующихся к решению сеток.

В данной работе на примере задачи о горении излагаются принципы адаптации и построения конечно-разностных методов решения одномерных нестационарных задач. Адаптация нестационарных задач основывается на методе построения расчетных сеток, динамически связанных с решением.

## § 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ В СТАЦИОНАРНОМ СЛУЧАЕ

Задача о распространении ламинарного пламени в наибольшей степени соответствует требованиям тестирования предлагаемого метода. Характерная особенность задач горения заключается в наличии процессов с сильно различающимися характерными временами: малым временем химической реакции  $t_c$  и большим временем тепловой релаксации  $t_r$ ,  $t_r \gg t_c$ . Высокая скорость химического превращения реагента и весьма медленное распространение тепловых возмущений по непрореагировавшей смеси приводят к формированию узкой зоны горения, в которой формируется фронт пламени, характеризующийся большими градиентами температуры. Наиболее известны и изучены два предельных режима горения: стационарный, в котором фронт горения распространяется с постоянной скоростью, и пульсирующий,

сопровождающийся термокинетическими колебаниями [1-4].

Рассмотрим задачу, в которой скорость экзотермической реакции зависит от температуры по закону Аррениуса и от концентрации вещества. Предположим также, что процесс горения является изобарическим, а перенос тепла и вещества имеет диффузионную природу. Процессы переноса характеризуются одними и теми же коэффициентами диффузии и теплопроводности с постоянными значениями. В принятых предположениях описание задачи горения сводится к системе двух нелинейных уравнений параболического типа, которые в безразмерных переменных имеют вид [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + A \rho e^{-\Theta/T} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = Le \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - A \rho e^{-\Theta/T} \quad 0 < x < L \quad (2)$$

где  $x, t$  - пространственная и временная координаты,

$T, \rho, \Theta$  - температура, плотность, энергия активации,

$Le, A$  - число Льюиса, предэкспоненциальная константа,

$k = 1$  - коэффициент теплопроводности.

Постановка задачи взята из работы [5], согласно которой в момент времени  $t = 0$  реакционноспособное вещество задавалось в виде одномерного стержня конечной длины  $L = 1$  с начальной температурой  $T(x, 0) = T_0$ , и граничными условиями

$$\frac{\partial \rho(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0, \quad \rho(x, 0) = 1, \quad T(x, 0) = T_0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho(1, t)}{\partial x} = 0, \quad T(1, t) = T_0 + c_1 t \quad (t < c_1) \quad \text{и} \quad T(1, t) = T_f \quad (t > c_1)$$

В [5] значения безразмерных параметров выбраны для горения углеводородного топлива в воздухе, для которого характерно шестикратное увеличение температуры. Поэтому  $T(x, 0)$  выбиралось

равным 0,2, а значение  $T(x,t)$  менялось в интервале  $T_0 \ll T \ll T_f$ , где  $T_f = T/T_0 = 6$  за исключением окрестности правой границы. Значение  $\rho(x,t)$  изменялось в пределах от нуля до единицы.

Зона горения перемещалась от правого конца стержня к левому. Скорость перемещения при  $Le = 1$  асимптотически стремится к постоянной величине - нормальной скорости горения, что соответствует устойчивому режиму горения. Постоянство скорости распространения фронта является благоприятным обстоятельством для оценки точности и эффективности различных методов численного решения, поскольку при  $Le \neq 0$  найти точное аналитическое решение системы (1-3) не представляется возможным. Однако при постоянной скорости фронта оценки точности можно производить по сходящимся значениям  $v$  при вариации пространственных и временных шагов интегрирования. При численном решении системы (1-3) необходимо, чтобы в зону реакции попадало определенное, в зависимости от значений  $A$  и  $\Theta$ , число пространственных интервалов. Это условие затрудняет создание экономичных алгоритмов, поскольку при использовании расчетных сеток с фиксированными узлами не представляется возможным производить дискретизацию пространственных переменных с крупным шагом. Тем самым число узлов в фиксированных сетках будет велико. Более эффективными в подобных ситуациях являются алгоритмы, использующие расчетные сетки, динамически адаптирующиеся к решению [6-8].

Рассмотрим различные аспекты построения и применения адаптивных сеток, динамически связанных с решением. С помощью замены общего вида  $x = f(q, \tau)$  сформулируем задачу (1-2) в произвольных нестационарных координатах  $q, \tau$ . Система уравнений записывается в строго консервативной форме и имеет вид:

$$\frac{\partial (\Psi T)}{\partial \tau} = - \frac{\partial W}{\partial q} - \frac{\partial (QT)}{\partial q} + A \rho \Psi e^{-\Theta/T} \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\Psi \rho)}{\partial \tau} = - \frac{\partial R}{\partial q} - \frac{\partial (Q\rho)}{\partial q} - A \rho \Psi e^{-\Theta/T} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = - \frac{\partial Q}{\partial q} \quad 0 < q < 1 \quad (6)$$

$$W = - \frac{k}{\Psi} \frac{\partial T}{\partial q}, \quad R = - \frac{1}{\Psi} \frac{\partial \rho}{\partial q}, \quad \Psi = \frac{\partial x}{\partial q}$$

где (6) - уравнение обратного преобразования, используемое в дальнейшем для описания динамики расчетной сетки. Конкретный вид преобразования определяется видом функции  $Q$ . Для численного решения системы (4-6) в расчетном пространстве  $\Omega_{q,\tau}$  использовалась равномерная по  $q$  сетка с разнесенными узлами. Шаг по переменной  $\Delta \tau$  выбирался автоматически из условия достижения необходимой точности. К целым узлам сетки  $(q_1, t^j)$  относились  $x_1^j$ ,  $W_1^j$ ,  $Q_1^j$ ,  $R_1^j$ , к полуцелым  $(q_{i+1/2}, t^j)$  - сеточные функции  $T_{i+1/2}^j$ ,  $\rho_{i+1/2}^j$ ,  $\Psi_{i+1/2}^j$ . Для разностной аппроксимации системы уравнений (4-6) использовалась неявная схема, полученная с помощью интегро-интерполяционного метода [9]:

$$\frac{(\Psi T)_{i+1/2}^{j+1} - (\Psi T)_{i+1/2}^j}{\Delta \tau} = - \frac{W_{i+1}^{j+1} - W_{i+1}^{j+1}}{h} - \frac{(QT)_{i+1}^{j+1} - (QT)_{i+1}^{j+1}}{h} + A (\rho \Psi)_{i+1/2}^{j+1} e^{-\Theta/T_{i+1/2}^{j+1}} \quad (7)$$

$$\frac{(\Psi \rho)_{i+1/2}^{j+1} - (\Psi \rho)_{i+1/2}^j}{\Delta \tau} = - \frac{R_{i+1}^{j+1} - R_{i+1}^{j+1}}{h} - \frac{(Q\rho)_{i+1}^{j+1} - (Q\rho)_{i+1}^{j+1}}{h} - A (\rho \Psi)_{i+1/2}^{j+1} e^{-\Theta/T_{i+1/2}^{j+1}}$$

$$\frac{\Psi_{i+1/2}^{j+1} - \Psi_{i+1/2}^j}{\Delta \tau} = - \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^{j+1}}{h}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

## § 3 ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

Полученную систему разностных уравнений (7) представим как уравнение для вектор-функции от вектор-аргумента

$$F(x) = 0 \quad (8)$$

где  $x = (T_{i-1}, T_i, T_{i+1}, \rho_{i-1}, \rho_i, \rho_{i+1}, \Psi_{i-1}, \Psi_i, \Psi_{i+1})$ .

Исходя из этого представления, была разработана методика численного решения системы уравнений (8), основанная на аналогии с итерационными алгоритмами решения нелинейных алгебраических уравнений. Используя понятие производной вектор-функции по вектор-аргументу, можем построить итерационный процесс, аналогичный применяемым для решения скалярных уравнений.

Первоначально в расчетах использовалась итерационная формула Ньютона. Затем с целью увеличения скорости сходимости итерационного процесса, что как следствие приводит к существенному увеличению шага интегрирования, был построен итерационный процесс, использующий итерационную функцию с третьим порядком сходимости [10]:

$$x^s - x^{s-1} = -1/4 [u(x) + 3 F(x) (F'(x - 2/3 u(x)))^{-1}],$$

s - номер итерации,

где  $u(x) = F(x) * F'(x)$  - получаем методом матричной прогонки.

## § 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ Q И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Определение точности и эффективности метода динамически адаптирующихся к решению сеток производилось посредством сравнения получаемых значений скорости распространения фронта со сходящимся значением  $v$ . Сходящееся значение скорости  $v$  было получено на сетке с фиксированными узлами при  $N = 500$  и равнялось 35,3, что довольно хорошо согласуется с данными работы [5]. Для определения значений скорости использовалась интерполяционная процедура вида [3]

$$v = \frac{d}{dt} x^*, \quad \rho(x^*, t) = 0,1$$

В предлагаемом методе динамической адаптации одним из

наиболее важных моментов является выбор функции  $Q$ . В задачах, где основной особенностью решения являются подвижные границы, динамическая адаптация сводится к построению равномерных на каждый момент времени сеток. Функция  $Q$  в этих случаях имеет вид [7], [11]

$$Q_1 = -D_0 \frac{\partial \Psi}{\partial q}$$

$D_0$  - имеет смысл коэффициента диффузии и в общем случае его величину можно определять через теплофизические характеристики среды [12]. В задачах, решения которых содержит большие градиенты, узлы сетки должны сгущаться в областях сильного изменения решения. Тем самым  $Q$  должна зависеть от одной из производных решения, например [6]:

$$Q_2 = -\nu_0 \frac{\partial}{\partial q} \left( \Psi \left| \frac{\partial T}{\partial q} \right| \right)$$

Наличие функции  $\Psi$  под знаком производной ограничивает сближение двух соседних узлов до некоторой конечной величины. Для того чтобы не было больших разрывов между узлами в областях сильного изменения решения и в областях, не охваченных возмущением, функция  $Q$  в [6, 8, 12] задавалась в виде  $Q_1$  и  $Q_2$

$$Q_2 = -D_0 \frac{\partial \Psi}{\partial q} - \nu_0 \frac{\partial}{\partial q} \left( \Psi \left| \frac{\partial T}{\partial q} \right| \right)$$

В работах [6,8] отмечалось, что указанная конструкция  $Q$  не является единственной, но других видов  $Q$  не приводилось.

Рассмотрим некоторые варианты конструкций функции  $Q$ , зависящие от производных решения задачи и эффективность алгоритмов. Из множества вариантов рассмотрим следующие:

$$Q_4 = -D_0 \frac{\partial \Psi}{\partial q} - \nu_0 \frac{\partial}{\partial q} \left( \Psi \left| \frac{\partial T}{\partial q} \right| \right) - \sigma_0 \frac{\partial}{\partial q} \left( \Psi \left| \frac{\partial^2 T}{\partial q^2} \right| \right)$$

$$Q_5 = -D_0 \frac{\partial \Psi}{\partial q} - \chi \frac{W}{T} - \nu_0 \frac{\partial}{\partial q} \left( \Psi \left| \frac{\partial T}{\partial q} \right| \right)$$



$$Q_0 = -D_0 \frac{\partial \Psi}{\partial q} - \chi \frac{W}{T}, \quad W = - \frac{k}{\Psi} \frac{\partial T}{\partial q}.$$

Для каждой из представленных функций  $Q_3 - Q_6$  проводился полный расчет задачи (4-6). Расчеты проводились на сетке с общим числом узлов  $N = 25$ . Определялись температурные и концентрационные поля, стационарные значения скорости распространения фронта пламени, фиксировались величины шага интегрирования  $\Delta t$  по переменной  $\tau$  и затраты процессорного времени. Типичные пространственно-временные профили  $T(x,t)$  и  $\rho(x,t)$  для  $Q_3$  представлены на рис. 1. На рис. 2 представлена диаграмма движения узлов сетки в физическом пространстве. Полученные значения скорости  $v$ , используемые шаги интегрирования  $\Delta t$  по переменной  $t$ , общее число и число узлов, концентрирующееся в зоне горения, приведены в таблице 1. Там же представлены аналогичные параметры для фиксированной сетки. Параметр  $b$   $v$  характеризует отклонение значений скорости распространения фронта, получаемых в расчетах, от сходящегося  $v_c$ . Величина  $n$  характеризует эффективность алгоритма для каждой функции обратного преобразования и показывает во сколько раз затраты процессорного времени для расчетов на адаптивных сетках меньше, чем на фиксированной с  $N = 500$ .

Степень деформации расчетной сетки удобно характеризовать с помощью графического представления функции  $\Psi(x,t)$ , показывающей во сколько раз изменилась длина каждого интервала сетки в текущий момент времени по сравнению с  $t = 0$ , когда  $\Psi(x,0) = 1$ . Характерные пространственные профили  $\Psi$  для каждой из функций обратного преобразования приведены на рис. 3. Количество и местоположение узлов отмечено маркерами. Зоне горения, для которой характерно сильное изменение решения и где происходит концентрация узлов, соответствует участок профиля с  $\Psi(x,t) < 1$ . В остальных областях  $\Psi(x,t) > 1$ .

Анализ данных таблицы 1 и кривых  $\Psi$  подтвердил, что конструкция функции  $Q$  действительно допускает большую свободу выбора при минимальных алгоритмических и программных изменениях. Использование в расчетах функций  $Q$  с производными высокого порядка повышает чувствительность механизма адаптации и приводит к более сильной деформации сетки, но одновременно заметно

Таблица 1

Вид функции $Q$	Общее число точек $N$	Число узлов в зоне горения	Ско- рость волны $v$	Относи- тельное время счета $n=t_1/t$	Погреш- ность $\delta v$ %
1. Равномерная сетка, $Q=0$	500	75	35,3	1	0
2. Равномерная сетка, $Q=0$	25	4	38,2	10	8
3. $Q = Q_3$	25	10	35,5	3,3	0,6
4. $Q = Q_4$	25	10-11	35,4	2,5	0,3
5. $Q = Q_5$	25	11	35,4	4,3	0,4
6. $Q = Q_6$	25	8	35,6	12	0,8

уменьшает шаг интегрирования  $\Delta t$ , что приводит к росту общих затрат процессорного времени. Наиболее эффективной для исследуемой задачи оказалась функция  $Q_0$ , при использовании которой погрешность  $\delta v$  не превышает 1 %, а время счета по сравнению с фиксированной сеткой уменьшается более чем в 10 раз.

Расчеты показали, что в зоне горения концентрируется только часть узлов адаптивной сетки. В рассматриваемой задаче их 10-13 против 75 узлов фиксированной сетки. Это обстоятельство говорит не только о более высокой эффективности метода динамической адаптации, но свидетельствует также о достаточно большом неиспользуемом резерве. В самом деле для расчетов необходимо максимум 10-15 узлов, в то время как общее их число может быть существенно большим, но пользы они не приносят, так как находятся в области, не охваченной возмущением рис. 3. Подобная ситуация характерна для большинства одномерных задач эволюционного типа. Задействовать в полезных расчетах все узлы сетки и существенно повысить эффективность алгоритма решения одномерных нестационарных задач можно посредством представления их в виде задач со свободной границей. Для демонстрации этой возможности рассмотрим одну из задач горения, допускающую при определенных предположениях аналитическое решение, которое будем использовать в качестве теста.

## § 5. ЯВНОЕ ВЫДЕЛЕНИЕ ФРОНТА ГОРЕНИЯ

Идею представления нестационарной задачи в виде задачи со свободной границей лучше всего продемонстрировать на задаче, допускающей аналитическое решение. Как уже отмечалось, при  $Le \neq 0$  задача о горении в постановке (1-3) не имеет точного аналитического решения. Однако при  $Le = 0$  и некоторых других допущениях можно получить автомодельное решение типа бегущей волны [13]. В частности при выборе коэффициента теплопроводности в виде степенной функции можно получить для уравнения теплопроводности решение, содержащее слабые разрывы. Профиль таких решений состоит из двух участков: меняющегося и постоянного, и содержит излом в точке их соединения. Производная решения в этой точке обращается в бесконечность, а тепловой поток непрерывен. Численное моделирование распространения подобных температурных волн требует при применении алгоритмов

сквозного счета достаточно подробных сеток [13]. Максимальная погрешность в расчетах наблюдается в области слабого разрыва и величина ее сильно зависит от пространственного шага сетки. Точность и эффективность алгоритмов сквозного счета можно повысить применяя в расчетах адаптирующиеся к решению сетки. [8, 12], которые при меньшем общем числе узлов позволяют концентрировать в окрестности разрыва большее число точек.

Еще более существенного повышения точности и эффективности алгоритмов можно достичь выделением слабого разрыва в явном виде. С этой целью рассмотрим задачу (1-2) при следующих предположениях:

$$Le = A = 0, \rho = \text{const}, k = k_0 T^\alpha, k_0 = 1, \alpha > 0, T(x, 0) = 0, 2$$

При этих предположениях уравнение теплопроводности (1) имеет автомодельное решение типа бегущей волны

$$T(x, t) = \begin{cases} T_0 + (\alpha C)^{1/\alpha} (1 - x - Ct)^{1/\alpha}, & x > 1 - Ct, C = \text{const} \\ T_0, & x < 1 - Ct \end{cases}$$

Известно [14], что при  $\alpha > 1$  образуется температурная волна, фронт которой движется по среде с постоянной скоростью  $v$ .

Выделение слабого разрыва осуществляется следующим образом. Пусть температурная волна распространяется справа налево и в момент времени  $t_*$  фронт находится в точке  $x_* = x_*(t_*)$ . Известно, что в этой точке выполняются условия  $T(x, t_*) = T_0$  и  $W = -k(T - T_0) \partial T / \partial x = 0$ . Для представления исходной задачи в виде задачи со свободной границей, поместим левую границу в точку слабого разрыва, исключив тем самым из рассмотрения область с постоянными значениями  $T$ . На разрыве сформулируем граничные условия аналогичные условиям в известной проблеме Стефана (с учетом того, что в задаче о распространении температурной волны теплота перехода  $L_m \equiv 0$ ). Условие для температуры остается без изменений

$$T(x_*(t), t) = T_0$$

Условие для определения скорости движения фронта можно получить из условия непрерывности потока  $W(x_*(t), t) = 0$ . В силу непрерывности  $W$  можно записать равенство потоков слева и справа от точки разрыва

$$-W^- = k(T) \frac{\partial T(x_*^-, t)}{\partial x} = -k(T) \frac{\partial T(x_*^+, t)}{\partial x} = W^+$$

Представляя поток  $W^-$  в виде  $W^- = v(x_*, t) \cdot \varepsilon(T)$  получим условие для скорости  $v(x, t)$

$$v(x_*, t) = - \lim_{x \rightarrow x_*} \frac{k(T) \frac{\partial T(x_*, t)}{\partial x}}{\varepsilon(T(x_*, t))} = \lim_{x \rightarrow x_*} \frac{k(T) \frac{\partial T}{\partial x}}{T} \cdot \varepsilon(T) = T$$

Граничные условия на правой границе  $x = x_1$  могут быть любыми. В рассматриваемых примерах в качестве  $T(x_1, t)$  задавалась функция, зависящая от времени  $T(x_1, t) = T(t)$ .

В преобразованных координатах  $q, \tau$  задача имеет вид

$$\frac{\partial(\Psi T)}{\partial \tau} = - \frac{\partial W}{\partial q} - \frac{\partial(TQ)}{\partial q}, \quad q_* < q \leq q_1 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = - \frac{\partial Q}{\partial q} \quad \Psi = \frac{\partial x}{\partial q} \quad (10)$$

$$q = q_*: T = T_0 = 0,2, Q = v = \lim_{q \rightarrow q_*} \frac{k(T - T_0) \frac{\partial T}{\partial q}}{T - T_0} \quad (11)$$

$$q = q_1: T = T_0 + (\alpha C)^{1/\alpha} (Ct)^{1/\alpha}, Q = 0 \quad (12)$$

Для разностной аппроксимации уравнений (9), (10) использовалась неявная консервативная разностная схема. Аппроксимация граничных условий затруднений не вызывает за исключением условия (12). Его аппроксимация осуществлялась методом баланса с использованием уравнений (9), (10). Окончательное выражение для него имеет вид:

$$Q_0 = - \frac{\Delta W}{\Delta T} = - \frac{W_1 - W_0}{T_1 - T_0}$$

Рассмотрим несколько способов адаптации, используемых при решении задачи о распространении температурной волны с явным выделением фронта.

При  $k = T^\alpha$ ,  $\alpha = 2$ ,  $N = 11$  в качестве функции преобразования зададим функцию  $Q_1$ , обеспечивающую при подвижной границе равномерную на каждый момент времени сетку. Численное решение, отмеченное пунктирными линиями, рис. 4, сравнивалось с аналитическим - сплошные линии. Число узлов и их положение отмечено маркерами. На рис. 5 изображены траектории движения узлов сетки. Длина начального участка может быть сколь угодно малой, в расчетах задавалась равной 0,1. До тех пор пока волна возмущения не доходит до левой границы, узлы сетки неподвижны и расчеты ведутся по схеме алгоритма сквозного счета. После захвата волной левой границы, она начинает двигаться со скоростью  $v$ , увеличивая область решения и пространственный шаг  $h$ . С течением времени за счет увеличения области погрешность несколько увеличивается, но остается гораздо меньше, чем при любом другом алгоритме с тем же общим числом узлов. Погрешность можно уменьшить либо предусматривая процедуру генерации новых узлов, либо используя функцию преобразования  $Q_2 - Q_6$ , т.е. зависящую от одной из производных решения.

На рис. 6, 7 представлены результаты моделирования на сетке с тем же числом узлов и функцией  $Q = Q_2$ . В этом случае до захвата левой границы все узлы сетки, кроме граничного, под влиянием градиента решения устремляются вправо, уменьшая погрешность расчетов. После того, как левая граница становится подвижной, узлы сетки перегруппировываются, концентрируясь в окрестности фронта волны.

Предлагаемый способ решения допускает обобщения на более широкий класс нестационарных задач, в частности он может быть применим для решения задач теплопроводности, в которых фронт волны не образуется. Примером такого решения может быть задача (9), (10) с коэффициентом теплопроводности  $k = k_0 T^\alpha$ ,  $\alpha = 1/2$ . Результаты расчетов представлены на рис. 8, 9. Положение крайней точки аналитического решения на кривых  $T(x)$  на рис. 8 отмечено звездочкой. Шаг интегрирования  $\Delta t$  в указанных способах адаптации минимален в начале расчетов и величина его определяется начальным размером области решения. С ростом времени увеличивается область, охваченная возмущением, что приводит к

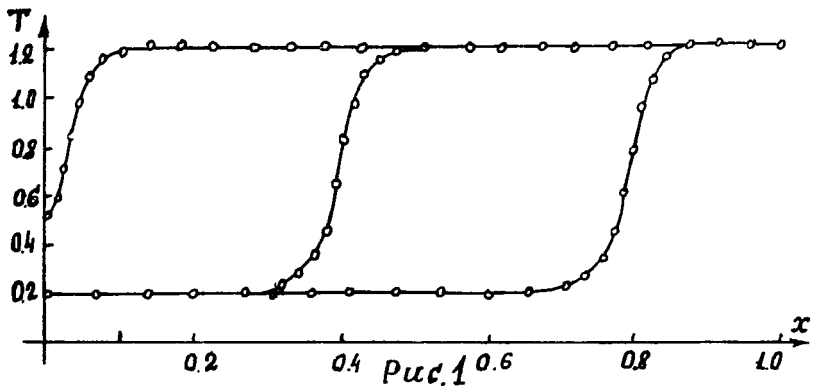
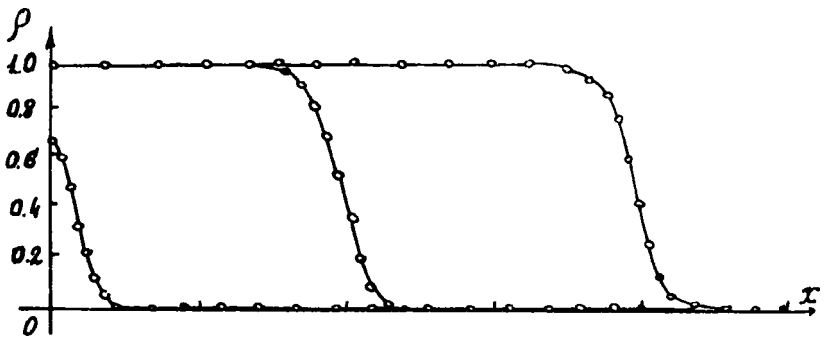
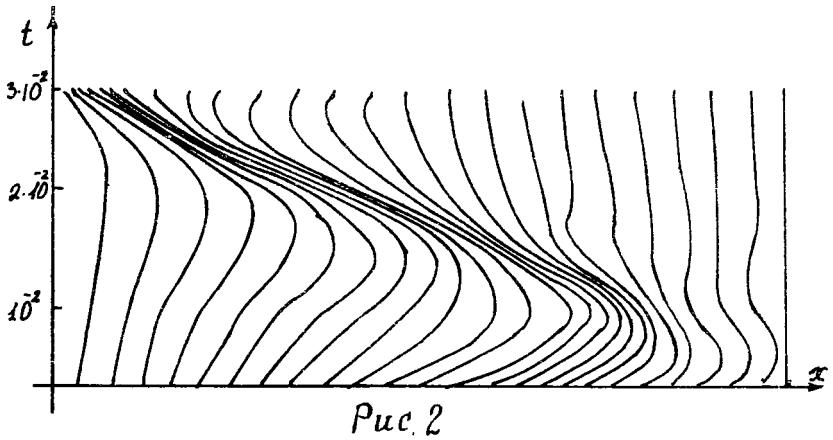
увеличению шагов  $h$  и  $\Delta t$ . Максимальное значение  $\Delta t$  ограничивается из соображений необходимой точности.

Применим рассмотренную методику к задаче о горении (1), (2) в стационарном режиме с  $Le = 1$ . На рис. 10 приведены кривые  $T(x)$ ,  $\rho(x)$ ,  $\Psi(x)$ , полученные в различные моменты времени на сетке с  $N = 11$ . В качестве функций преобразования использовались функции  $Q_2$  и  $Q_3$ . На рис. 11 показана временная зависимость скорости фронта пламени  $v$ . Установившееся значение ее равнялось 35,0, немонотонность на начальном отрезке времени определялась переменным источником на правой границе. На рис. 12 приведена диаграмма движения узлов. Как и в предыдущих расчетах начальный отрезок задавался равным 0,1. Характерной особенностью адаптации в рассматриваемой задаче является то, что все узлы сетки за исключением крайнего правого концентрируются в зоне горения и движутся вместе с ней.

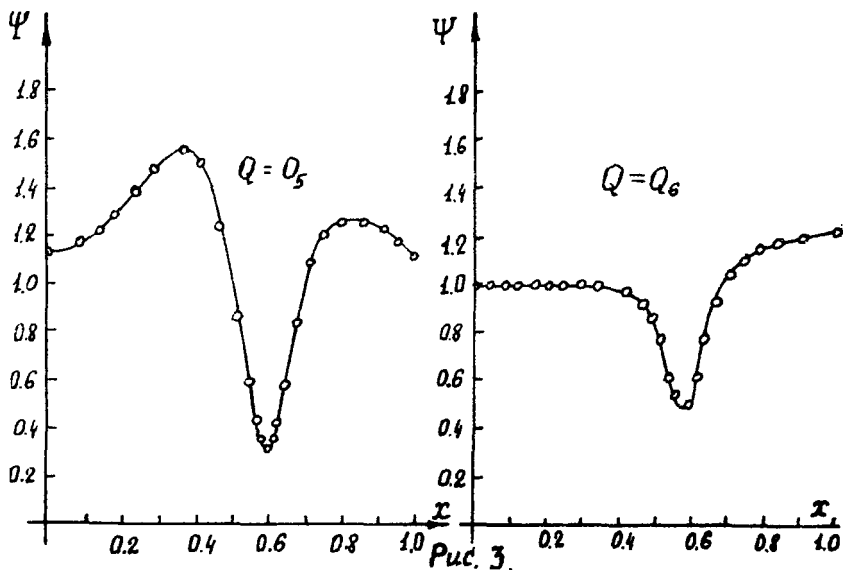
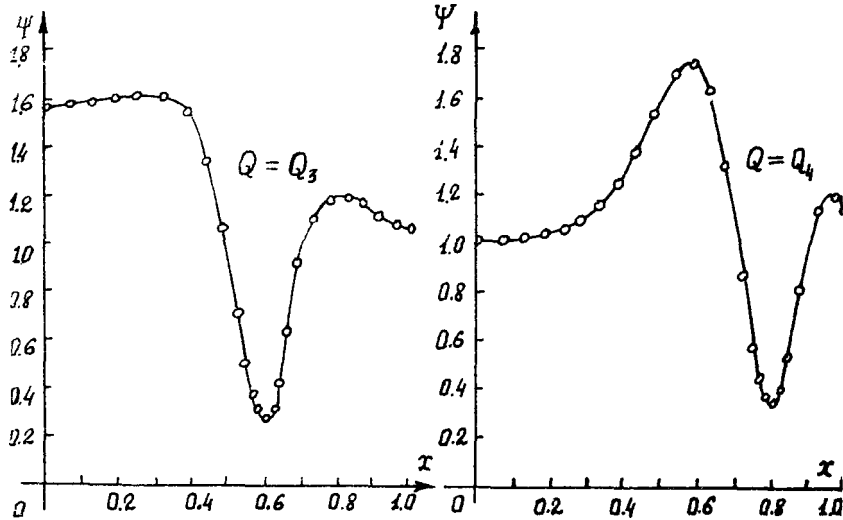
#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

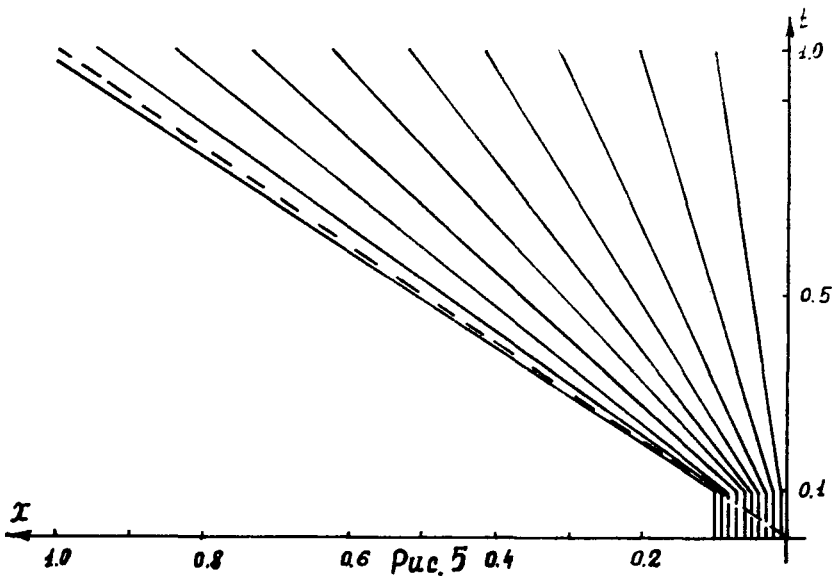
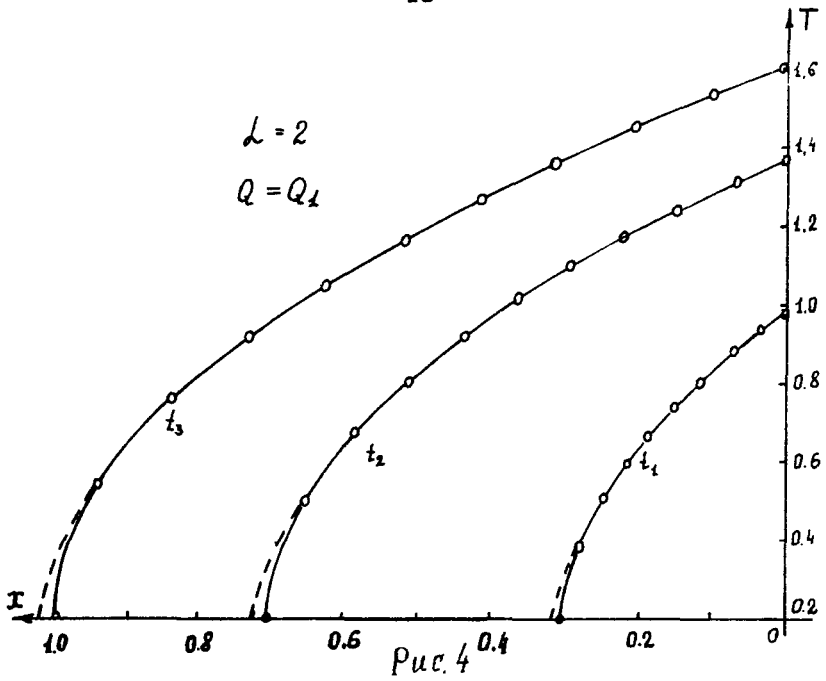
Выполненный анализ свидетельствует о высокой эффективности предлагаемого метода применительно к одномерным нестационарным задачам с подвижными границами и зонами больших градиентов.

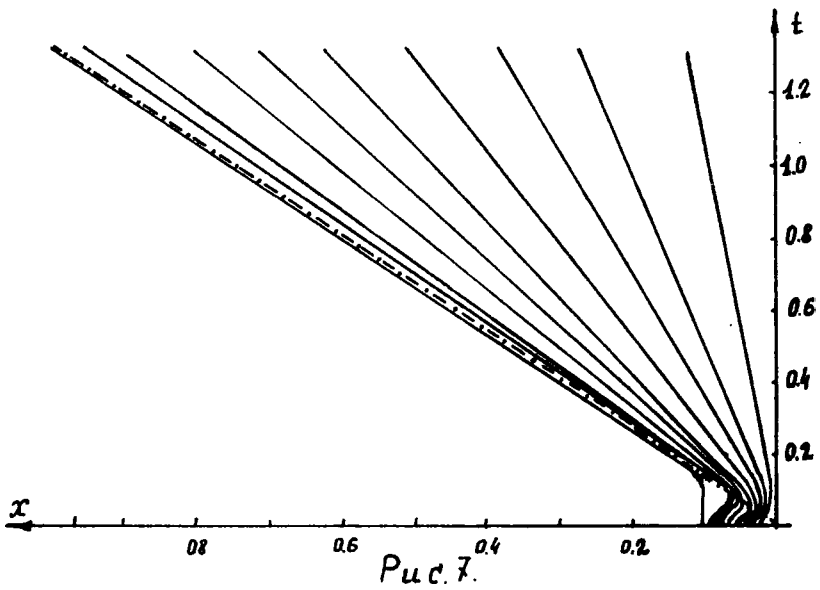
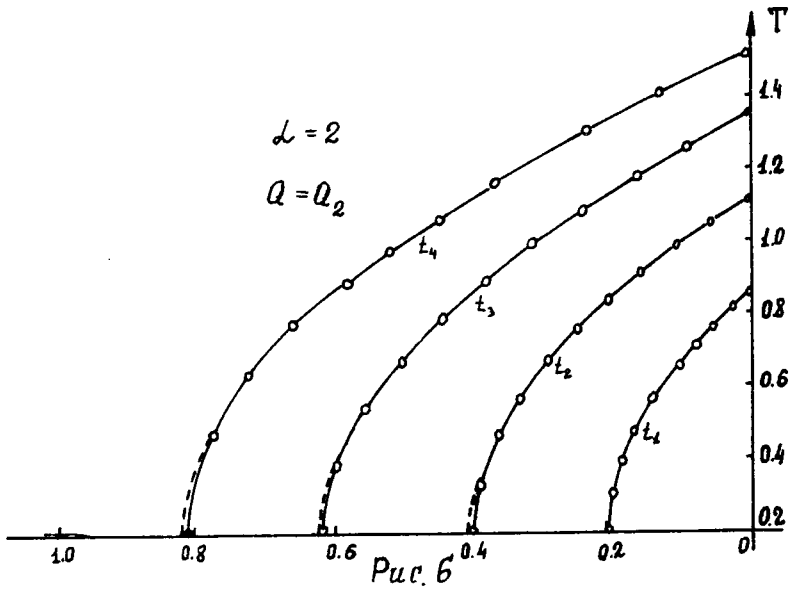
Метод также допускает обобщения на класс газодинамических задач с сильными разрывами типа ударных волн.

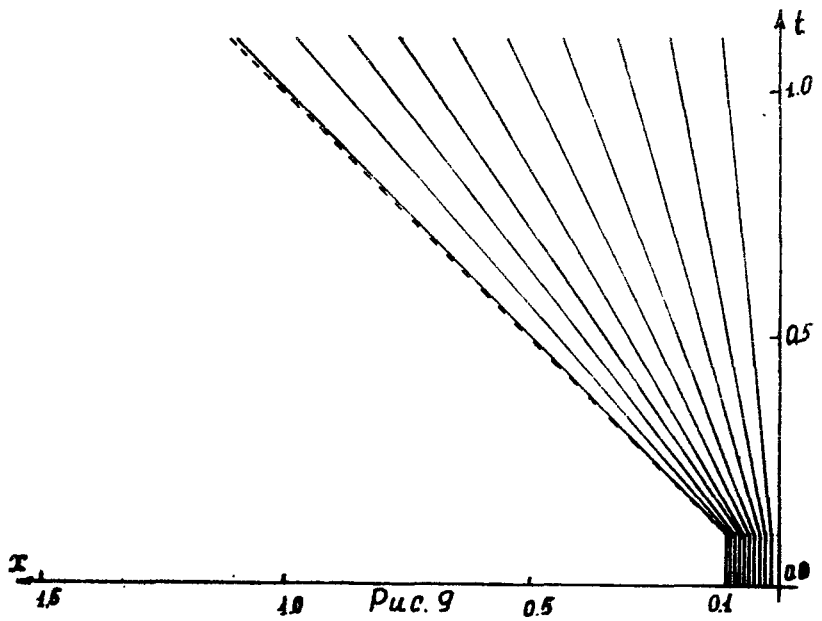
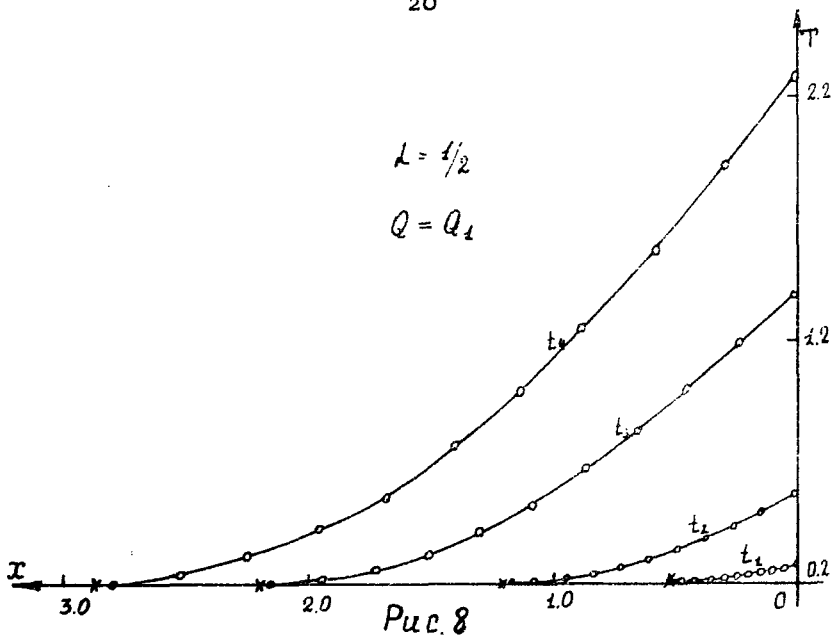


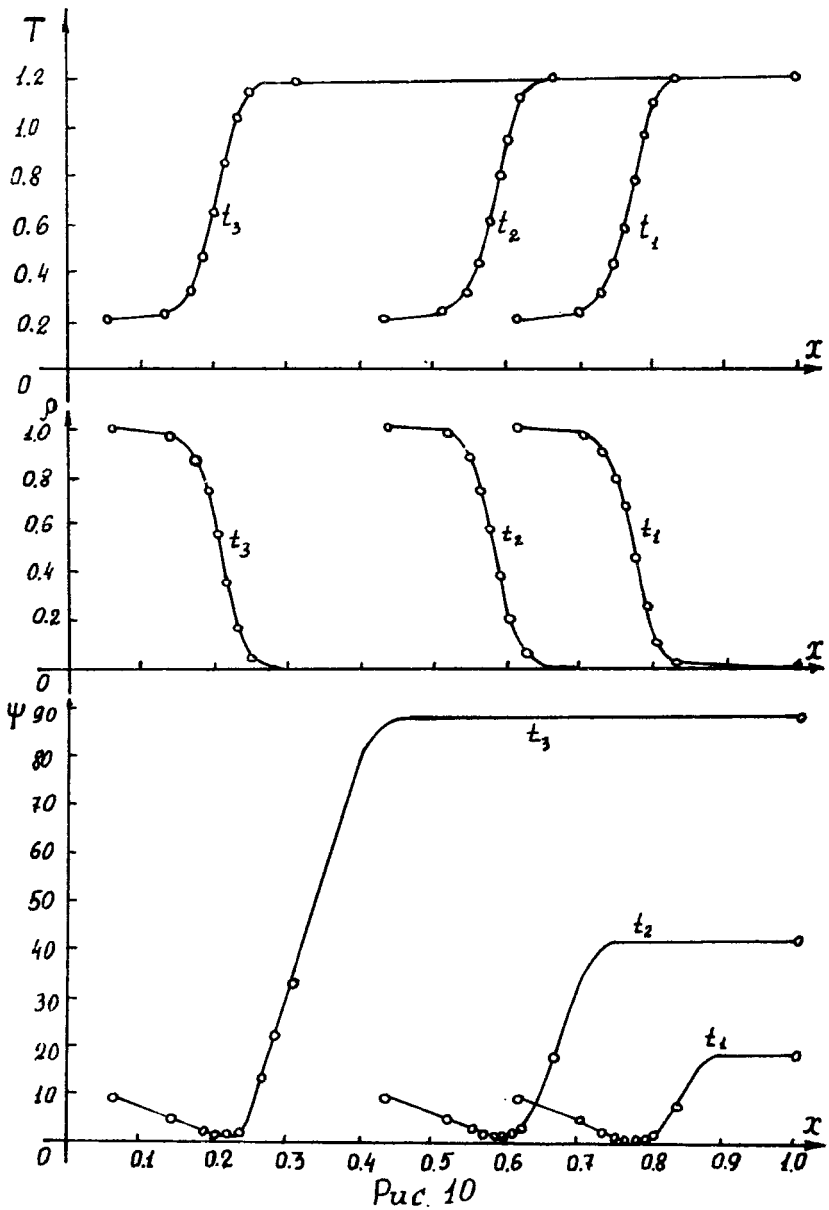


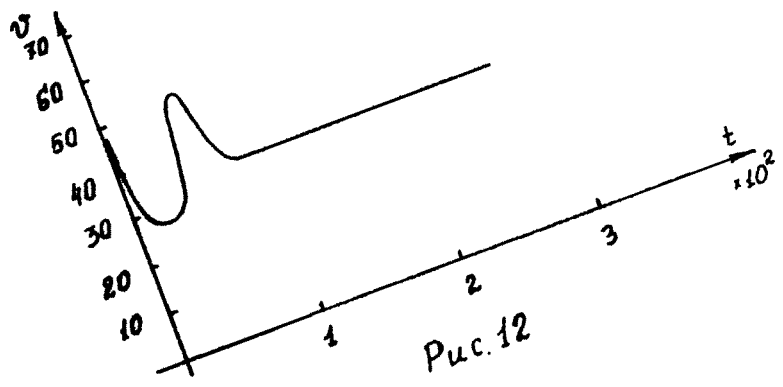
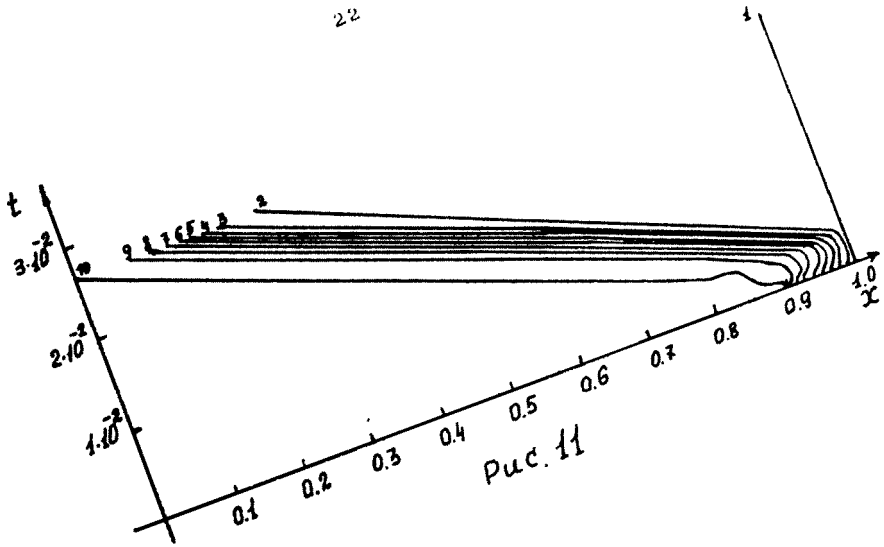












## ЛИТЕРАТУРА

1. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: ИП, 1948, 447 с.
2. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука. 1980, 478 с.
3. Гришин М.А., Зеленский Е.Е. О релаксационных колебаниях при горении реагирующих веществ. Сб. Числ. методы механ. сплошной среды. Т.5. №4. Новосибирск: Вычисл. центр СО АН СССР. 1974, с. 14-25.
4. Агранат В.М., Берцун В.Н., Гришин А.М. Анализ диффузионно-тепловой неустойчивости ламинарных пламен. Сб. Числ. методы механ. сплошной среды. Т.8. №4. Новосибирск: Вычисл. центр СО АН СССР. 1977, с. 5-19.
5. Oley G.R., Dwyer H.A. Numerical study of the interaction of fast chemistry and diffusion. AIAA J., 1979, v. 17. No 6, pp. 603-613.
6. Дарьин Н.А., Мажукин В.И. Методы построения адаптивных сеток для одномерных краевых задач. Препринт №33. М.: ИПМатем. АН СССР, 1987, 28 с.
7. Дарьин Н.А., Мажукин В.И. Математическое моделирование задачи Стефана на адаптивной сетке// Дифференц. ур-ния. 1987. Т.23. №7, с. 1154-1159.
8. Дарьин Н.А., Мажукин В.И. Об одном подходе к построению адаптивных сеток для нестационарных задач// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1988. Т.28. №3, с. 454-460.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1972, 735 с.
10. Трауб Дж. Итерационные методы решения уравнений. М.: Мир. 1985, 264 с.
11. Бреславский П.В., Мажукин В.И. Математическое моделирование процессов импульсного плавления и испарения металла с явным выделением фазовых границ// Инж. физ. журнал. 1989, №6.

12. Дарьин Н. А., Мажукин В. И. Об одном подходе к построению адаптивных разностных сеток // Докл. АН СССР. 1988. Т. 298, № 1, с. 64-68.
13. Самарский А. А., Соболев И. М. Примеры численного расчета температурных волн // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1963. Т. 3. № 4, с. 702-719.
14. Баренблатт Г. И., Вишик И. М. О конечной скорости распространения в задачах нестационарной фильтрации жидкости и газа // Прикл. матем. и мех. 1956. Т. 20. № 3, с. 411-417.

В. И. Мажукин, Л. Ю. Такоева " Численное решение задачи горения на сетках, динамически адаптирующихся к решению."

Редактор И. В. Ритус.                      Корректор Л. Ю. Такоева.

---

Подписано в печать 25.05.89г. № Т-01872. Заказ № 196.

Формат бумаги 60X90 1/16. Тираж 185 экз.

Объем 1,1 уч.-изд.л. Цена 15 коп.

065 (02)2

---

Отпечатано на ротативах в Институте прикладной математики АН СССР



Москва, Мясусская пл. 4.